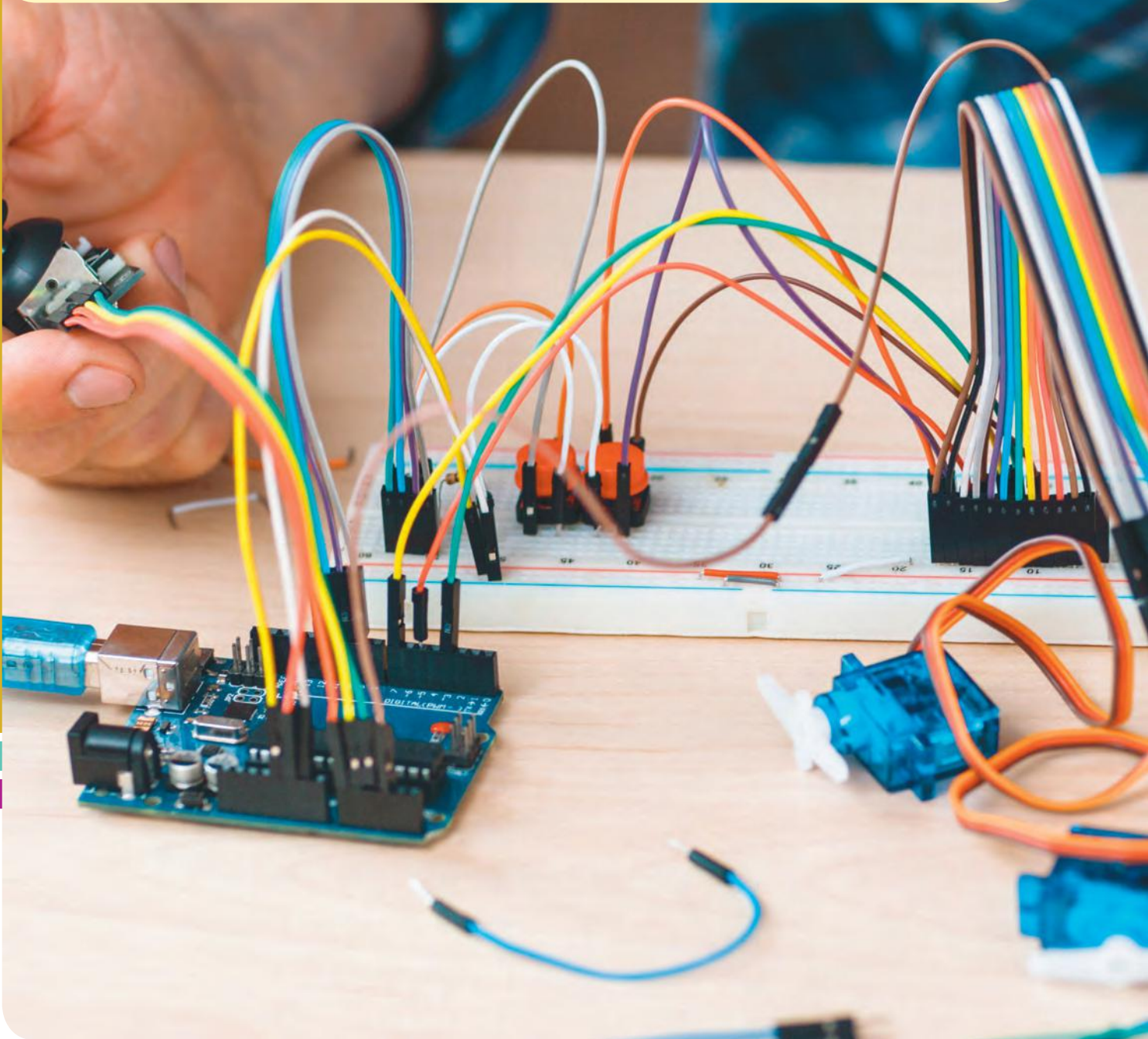


unidad 1

Los números en los inventos que cambiaron el mundo

Al recorrer la historia de la humanidad, observamos que muchos son los inventos que han contribuido a nuestro bienestar. Algunos prevalecen hasta la actualidad, otros han desaparecido porque han dejado de ser útiles, y otros, porque han sido reemplazados.

Muchos han sido inventos y descubrimientos significativos: el fuego, la rueda, el reloj, el papel, la imprenta, la bombilla eléctrica, la refrigeradora, el teléfono, la televisión, el automóvil, la penicilina, el Internet y la computadora, entre otros.



Preguntas generadoras

- ¿Qué invento de los nombrados crees que es el más significativo? ¿Por qué?
- ¿Cuál es el valor exacto de la diagonal de una hoja de papel bond? Explica el proceso que seguiste para obtenerlo.

Álgebra y funciones

- Números racionales. Operaciones con números racionales: suma, resta, multiplicación y división
- Potenciación y radicación de números racionales. Propiedades
- Números irracionales. Conjunto de los números reales
- Aproximación de los números reales
- Adición y sustracción de números reales. Propiedades
- Multiplicación y división de números reales

Estadística y probabilidad

- Tablas de frecuencias para datos agrupados

Objetivos:

O.M.4.1. Reconocer las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de las funciones (discretas y continuas); y fomentar el pensamiento lógico y creativo.

O.M.4.2. Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva; las cuatro operaciones básicas; y la potenciación y radicación para la simplificación de polinomios, a través de la resolución de problemas.

O.M.4.7. Representar, analizar e interpretar datos estadísticos y situaciones probabilísticas con el uso de las TIC, para conocer y comprender mejor el entorno social y económico, con pensamiento crítico y reflexivo.



¿Sabías qué?

Nuestros ancestros construyeron relojes sobre piedras. Las horas quedaban señaladas por la incidencia de los rayos solares.



Shutterstock, (2020). 622087610



Recuerda que...

Un número racional es todo número que puede ser representado como una fracción.

$\frac{a}{b}$ donde $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$

De acuerdo con lo expuesto, todo número entero es un número racional.

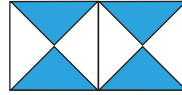
$17 = \frac{17}{1}$



Saberes previos

Escribe los números que corresponden a las representaciones.







Archivo Editorial, (2020).

La imagen muestra las horas en que Augusta observó el reloj en la mañana antes de salir al colegio. ¿Qué parte fraccionaria de la hora ocupó para cada actividad y qué parte fraccionaria de la hora utilizó para alistarse para ir al colegio?

Observamos cuántos minutos le tomó hacer cada actividad y recordamos que la hora tiene 60 minutos. El número de minutos tomado para cada actividad será el numerador de cada fracción y los 60 minutos serán el denominador.

Bañarse y vestirse: $\frac{20}{60}$

Desayunar: $\frac{15}{60}$

Cepillar sus dientes: $\frac{10}{60}$



Despertó



Terminó de bañarse y vestirse



Terminó el desayuno



Se cepilló sus dientes y salió

Archivo Editorial, (2020).

Con el fin de determinar la fracción de hora que utilizó para alistarse totalmente, sumamos las tres fracciones:

$\frac{20}{60} + \frac{15}{60} + \frac{10}{60} = \frac{45}{60}$. Simplificando tenemos: $\frac{3}{4}$

Para sumar o restar fracciones homogéneas, conservamos el denominador y sumamos los numeradores. Si las fracciones son heterogéneas, buscamos el mcm de los denominadores, el cual será dividido para cada denominador. Ese resultado se multiplica por cada numerador. Los productos se sumarán o restarán de acuerdo con la disposición de los signos.

Ejemplo 1

Realizar la operación $\frac{5}{9} - \frac{11}{9} + \frac{4}{9}$

Solución

$\frac{5}{9} - \frac{11}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5-11+4}{9} = -\frac{2}{9}$ Sumamos algebraicamente los numeradores y conservamos el denominador

Ejemplo 2

Realizar la operación: $\frac{2}{5} + \frac{15}{6} - \frac{1}{3} - \frac{7}{15} =$

Solución

Calculamos el mcm de 5, 6, 3 y 15. Lo colocamos como denominador común y realizamos las divisiones y multiplicaciones respectivas.

$$\frac{2}{5} + \frac{15}{6} - \frac{1}{3} - \frac{7}{15} = \frac{12+75-10-14}{30} = \frac{63}{30} = \frac{21}{10}$$

$$\times \left(\frac{2}{5} + \frac{15}{6} - \frac{1}{3} - \frac{7}{15} = \frac{12+75-10-14}{30} = \frac{63}{30} = \frac{21}{10} \right)$$

Multiplicación y división de números racionales

Para multiplicar números racionales, debemos multiplicar los numeradores con los numeradores y los denominadores con los denominadores. Luego, aplicamos la ley de signos. Antes de multiplicar, se recomienda simplificar.

Ejemplo 3

Multiplicar $\frac{4}{5} \left(-\frac{15}{2} \right) \times \frac{8}{4} \left(-\frac{7}{11} \right) \left(\frac{22}{6} \right) =$

Solución

Simplificamos, multiplicamos los numeradores y denominadores que resultaron, y aplicamos la ley de signos.

$$\frac{4}{5} \left(-\frac{15}{2} \right) \times \frac{8}{4} \left(-\frac{7}{11} \right) \left(\frac{22}{6} \right) = \frac{28}{1} = 28$$

Para dividir números racionales, invertimos al racional divisor y procedemos a multiplicar siguiendo el proceso de la multiplicación.

Ejemplo 4

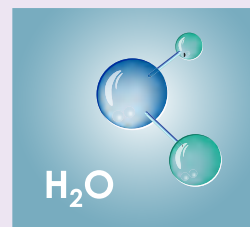
$$-\frac{45}{7} \div \frac{9}{14} = -\frac{45}{7} \times \frac{14}{9} = -10$$



Conexiones

Matemática con Química

Las moléculas de muchos elementos de la naturaleza están formadas por átomos. Así, por ejemplo, el agua está formada por 2 átomos de hidrógeno y 1 de oxígeno. Es decir, $\frac{2}{3}$ de la composición del agua es hidrógeno y $\frac{1}{3}$ es oxígeno.



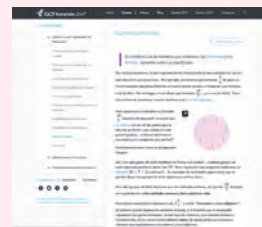
Shutterstock, (2020). 634149503



Enlace web

Amplía tu conocimiento en simplificación de fracciones por medio de descomposición, ingresando al siguiente enlace web:

bit.ly/2yvee3J



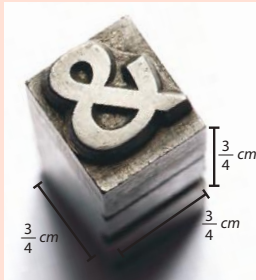
Tema 2

Potenciación y radicación de números racionales. Propiedades



¿Sabías qué?

La tipografía es el sistema de la imprenta tradicional de tipos móviles inventado por Johannes Gutenberg. Esta forma de impresión fue superada por la impresión offset.



Shutterstock, (2020). 254853631



Desequilibrio cognitivo

Los resultados de los ejercicios son erróneos; escribe la solución correcta.

a) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 6^4$ b) $5^2 = 10$ c) $(-2)^3 = 8$ d) $(-3)^6 \div (-3)^5 = (-3)^{11}$

¿Cuál es el volumen del troquel de acero que se usó para elaborar uno que servirá para hacer impresiones de tipo tipográfico?

Por ser el troquel de forma cúbica, su volumen se calcula con la fórmula:

$V = a^3$, donde V = volumen y a = arista del cubo.

$$V = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64}$$

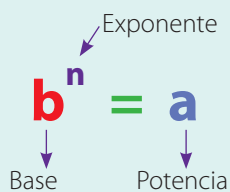
Por lo tanto, el volumen del troquel es $\frac{27}{64} \text{ cm}^3$

La potenciación es una operación que corresponde a una multiplicación de factores iguales.



Recuerda que...

Los términos de la potenciación son:



Propiedades de la potenciación

Producto de bases iguales	$\left(\frac{a}{b}\right)^m \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$
Cociente de bases iguales	$\left(\frac{a}{b}\right)^m \div \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$
Distributiva con la multiplicación	$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$
Distributiva con la división	$\left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n$
Potencia de una potencia	$\left\{\left(\frac{a}{b}\right)^n\right\}^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$

Archivo Editorial, (2020).

Signos en la potenciación

Base	Exponente	
+	Par	+
	Impar	
-	Par	+
	Impar	-

Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 1

Aplicar las propiedades de la potenciación y calcular la potencia.

- a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 (-0,66\dots)^{-5} \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^4 \left(-\frac{2}{3}\right)^{-5} \left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$
 $= \left(-\frac{2}{3}\right)^{4-5+3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$
- b) $\left(\frac{6}{7}\right)^{-11} \div \left(\frac{6}{7}\right)^{-8} = \left(\frac{6}{7}\right)^{-11-(-8)} = \left(\frac{6}{7}\right)^{-11+8} = \left(\frac{6}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{6}\right)^3 = \frac{343}{216}$
- c) $\left(\frac{3}{2} \div \frac{9}{8}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \div \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{9}{4} \div \frac{81}{64} = \frac{9}{4} \times \frac{64}{81} = \frac{16}{9}$

La radicación es una operación contraria a la potenciación. En ella se trata de encontrar un número que, elevado al índice, nos permita obtener el radicando.

Propiedades de la radicación

Distributiva de la multiplicación	$\sqrt[n]{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[n]{\frac{c}{d}}$
Distributiva de la división	$\sqrt[n]{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \div \sqrt[n]{\frac{c}{d}}$
Raíz de raíz	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
Raíz de una potencia	$\sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{n}{m}}$

Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 2

Aplicar las propiedades de la radicación y calcular la raíz.

- a) $\sqrt[3]{\frac{8}{27} \cdot \frac{64}{216}} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} \cdot \sqrt[3]{\frac{64}{216}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{6} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$
- b) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{\frac{64}{729}}} = \sqrt[6]{\frac{64}{729}} = \frac{2}{3}$
- c) $\sqrt[6]{\left(\frac{36}{81}\right)^3} = \left(\frac{36}{81}\right)^{\frac{3+6}{6}} = \left(\frac{36}{81}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{36}{81}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{81}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$



Recuerda que...

Los números decimales pueden ser transformados a números racionales.

Si son exactos:

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Si son periódicos puros:

$$0,666\dots = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Si son periódicos mixtos:

$$4,237272\dots = \frac{42372 - 423}{9900} =$$

$$= \frac{41949}{9900} = \frac{4661}{1100}$$



Recuerda que...

Regla de signos en la radicación.

Radicando	Índice	Raíz
+	Par	+
	Impar	
-	Par	$\notin \mathbb{R}$
	Impar	-



Me refuerzo

Ingresa al siguiente enlace web:
bit.ly/2KqbR7R

Imprime la evaluación y **verifica** tus conocimientos.

1. **Expresa** en forma de potencia los siguientes productos.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} =$

b) $(-0,01)(-0,01) =$

c) $\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) =$

2. **Determina** el término que falta.

a) $\left(-\frac{6}{5}\right)^{\square} = -\frac{216}{125}$

b) $\left(\frac{\square}{2}\right)^5 = \frac{1024}{\square}$

c) $\left(\frac{\square}{\square}\right)^{-4} = \frac{16}{81}$

3. **Aplica** las propiedades y **calcula** la potencia.

a) $\left(\frac{10}{3}\right)^3 \cdot 0,3^{-1} =$

b) $0,25^4 \div \left(\frac{1}{4}\right)^2 =$

c) $0,6 \times \left(\frac{7}{4}\right)^{-1} \div \left(\frac{2}{7}\right)^2 =$

d) $\left\{\left[\left(-\frac{7}{3}\right)^0\right]^2\right\}^{-8} =$

4. **Resuelve** y comprueba cada ejercicio. Luego **escribe** verdadero (V) o falso (F).

a) $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2$

b) $\left\{\left[\left(\frac{7}{11}\right)^4\right]^5\right\}^{-11} = \left(\frac{7}{11}\right)^{-2}$

c) $\left(\frac{5}{6}\right)^6 \div (0,8\bar{3})^4 = \left(\frac{5}{6}\right)^2$

5. **Escribe** el signo de la potencia resultante.

a) $\frac{-8}{(-3)^5} =$

b) $-\left(-\frac{3}{5}\right)^4 =$

c) $(1,234)^{-2} =$

6. **Resuelve** los siguientes problemas.

a) La herencia de José es la centésima parte del cuadrado de la herencia de Andrea. Si la herencia de Andrea es de \$ 2 000, ¿cuánto tiene José?

b) Un número racional es la quinta parte de la sexta parte de $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{12}\right)^2$. ¿Cuál es el número?



¿Sabías qué?

El televisor es un aparato electrónico que sirve para recibir y reproducir las señales del sistema llamado televisión. A lo largo de la historia, ha ido evolucionando.

A los televisores se los identifica de acuerdo con la medida de la diagonal de su pantalla. Así, por ejemplo, un televisor de 19 pulgadas tiene un largo de 15,2 pulgadas y 11,4 pulgadas de altura.



Shutterstock, (2020). 481391746



Conexiones

Matemática con Música

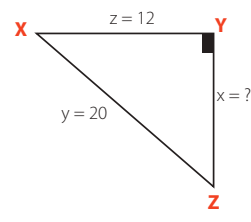
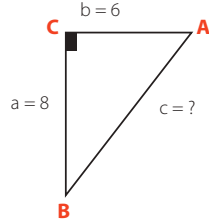
Los números irracionales forman parte muy importante del momento de realizar cálculos geométricos.

Por ejemplo el número Pi π se utiliza para calcular áreas y volumen de formas circulares o esféricas.



Saberes previos

Aplica el teorema de Pitágoras para determinar los datos desconocidos.



A una pantalla de 19 pulgadas se le va a colocar un protector de 16 pulgadas de ancho y 13 pulgadas de altura. ¿Cuál es la medida exacta de su diagonal?

El protector de pantalla tiene una forma rectangular. Entre los lados que representan el largo, la altura y la diagonal se forma un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es la diagonal que buscamos. Por lo tanto, debemos aplicar el teorema de Pitágoras.

$$D = \sqrt{16^2 + 13^2}$$

$$D = \sqrt{256 + 169}$$

$$D = \sqrt{425}$$

El número 425 no es un cuadrado perfecto, por lo tanto, hacemos uso de una calculadora para obtener el valor exacto. En ella observamos que el resultado es:

$$D = 5\sqrt{17} = 20,61552813\dots$$

El número obtenido nos muestra un número decimal que no sigue un patrón, por lo tanto, no se puede convertir en fracción.

Se conoce como número irracional (I) a todo número que no se puede convertir a fracción.

Ejemplo 1

Clasificar los números en números enteros racionales e irracionales.

- a) 1,333...
- b) $\sqrt[3]{17}$
- c) 2,236067977499
- d) $\sqrt[5]{32}$
- e) $2,4\hat{1}$
- f) $\sqrt{26}$

Solución

Enteros	$\sqrt[5]{32} = 2$
Racionales: se pueden convertir en fracción.	1,333...y $2,4\hat{1}$
Irracionales: no se puede obtener una fracción.	$\sqrt[3]{17}$ 2,236067977499 $\sqrt{26}$

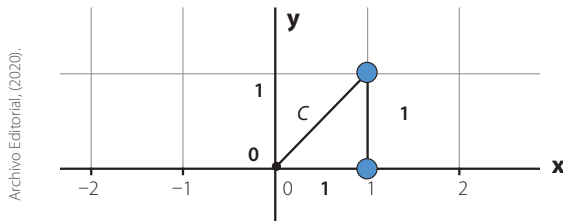
Representación de números irracionales en la recta numérica

Ejemplo 2

Representar $\sqrt{2}$ y $-\sqrt{2}$ en la recta numérica.

Solución

En la recta numérica ubicamos la unidad. Sobre el final de ella, levantamos una perpendicular de medida igual a la unidad y unimos los dos segmentos formando un triángulo rectángulo.

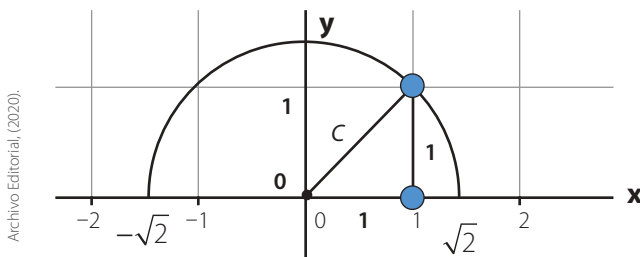


Aplicamos el teorema de Pitágoras para obtener la medida de la hipotenusa.

$$c = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

$$c = \sqrt{2}$$

Tomamos un compás para trasladar la medida de la hipotenusa sobre la recta numérica. Lo obtenido a la derecha de 0 es $\sqrt{2}$, y lo marcado a la izquierda es $-\sqrt{2}$.



Redondeo de los números reales

Los números reales se redondean según la cifra propuesta. Si el número que precede a esa cifra es 5 o mayor a 5, se le suma 1. Caso contrario, se la mantiene.

Ejemplo 3

Redondear $\sqrt{3}$ a las centésimas.

Solución

Calculamos su valor en la calculadora: $\sqrt{3} = 1,732050808$. Como a 3 le sigue 2, y 2 no es igual ni mayor a 5, el redondeo es: $\sqrt{3} \approx 1,73$.

¿Sabías qué?

Existen números irracionales famosos:

$$\pi = 3,14159265358979323\dots$$

Número de Euler:

$$e = 2,7182818284590452\dots$$

La razón de oro:

$$\varphi = 1,6180339887498\dots$$

Algunas raíces cuadradas de números naturales son números irracionales.

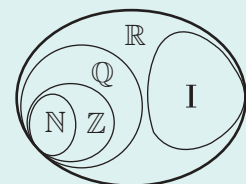
Enlace web

Ingresa a bit.ly/2Kb0Ubk y aprende a ubicar $\sqrt{11}$ en la recta numérica.

Recuerda que...

El conjunto unión del conjunto de los números racionales y del conjunto de los números irracionales es el conjunto de los números reales.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$



1. Coloca \mathbb{Q} si es un número racional y una \mathbb{I} si es irracional.

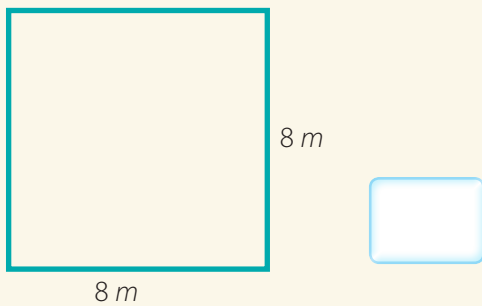
- a) 1,33... e) 3,4231842318...
 b) 2,2360679... f) $\sqrt{225}$
 c) $\frac{1}{119}$ g) $-\sqrt{17}$
 d) $\sqrt{101}$ h) $\sqrt[3]{969}$

2. Escribe dos números irracionales comprendidos entre los pares de números indicados.

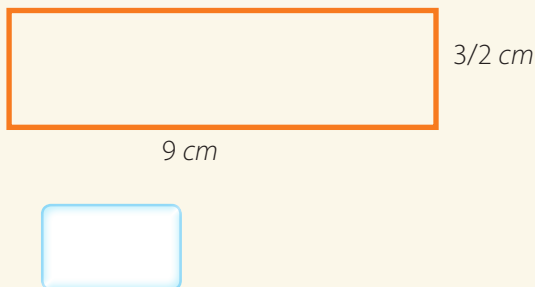
- a) 0 y 1
 b) $\sqrt{4}$ y $\frac{7}{3}$
 c) -1 y 1
 d) -8 y -8,1
 e) $\frac{2}{7}$ y $\frac{2}{5}$
 f) -1 010 y -1 010,56

3. Calcula la diagonal de las siguientes figuras; señala si el valor obtenido es racional o irracional.

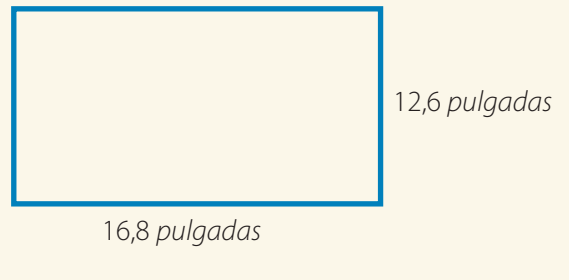
a)



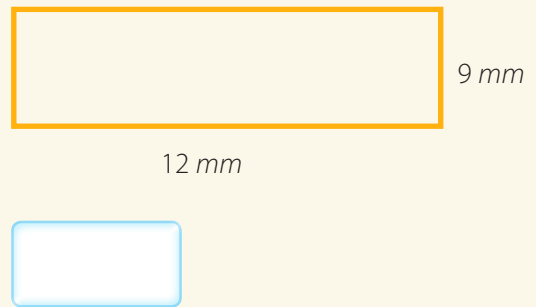
b)



c)

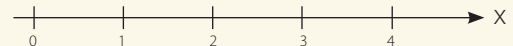


d)

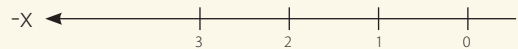


4. Representa en la recta numérica.

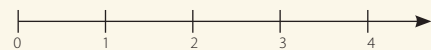
a) $\sqrt{5}$



b) $-\sqrt{13}$



c) $\sqrt{8}$



Adición y sustracción de números reales. Propiedades



Desequilibrio cognitivo

¿Es verdad que al restar 56,89 de $-\frac{455}{8}$, se obtiene 113,765?



Shutterstock, (2020), 655706101

Carrera de coches de madera.

Durante las festividades de Quito se lleva a cabo la tradicional carrera de coches. Uno de los participantes requiere caucho para cubrir las cuatro llantas de su coche. ¿Cuál es la longitud de caucho que necesita?

Para determinar la longitud total, debemos primero calcular el contorno de cada tipo de llanta, y luego sumar las cuatro medidas obtenidas.

Como las llantas son circulares, debemos calcular el perímetro de dos tipos de circunferencias, pues son iguales en diámetro de dos en dos.

La fórmula para calcular el perímetro es

$$P = 2\pi r, \text{ donde:}$$

r es el radio, el cual es la mitad del diámetro, y π se redondea a 3,14.

Por lo tanto:

Llanta pequeña

$$P = 2\pi(10 \text{ cm})$$

$$P = 2 \times 3,14 \times 10 \text{ cm}$$

$$P = 62,8 \text{ cm}$$

Llanta grande

$$P = 2\pi(12 \text{ cm})$$

$$P = 2 \times 3,14 \times 12 \text{ cm}$$

$$P = 75,36 \text{ cm}$$

$$L_{total} = 62,8 \text{ cm} + 62,8 \text{ cm} + 75,36 \text{ cm} + 75,36 \text{ cm}$$

$$L_{total} = 276,32 \text{ cm}$$

$$L_{total} = 2,7632 \text{ m}$$

Este resultado obtenido nos permite afirmar que el participante requiere aproximadamente 3 m de caucho.

Para sumar o restar números reales, se puede proceder de dos formas: una consiste en redondear los números decimales y sumar; y otra, en expresar la respuesta con los números irracionales.



Recuerda que...

Para la tradicional carrera de coches de madera que se realiza en Quito, a propósito de su fundación, se utilizan aún las ruedas de madera recubiertas de caucho, pese a que en cuestión de ruedas la ciencia y la tecnología han revolucionado su estructura.

Ejemplo 1

$$\frac{5}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Solución

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) + \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{3}\right) = 0 + \frac{6}{3} = 2$$

Ejemplo 2

Expresar en forma exacta la cantidad de caucho que necesita el participante para las llantas de su coche.

Solución

Debemos calcular los perímetros en forma exacta. Esto es:

Rueda pequeña

$$P = 2\pi \times 10 \text{ cm}$$

$$P = 20\pi(\text{cm})$$

Rueda grande

$$P = 2\pi \times 12 \text{ cm}$$

$$P = 24\pi(\text{cm})$$

Luego sumamos el perímetro de las cuatro ruedas:

$$L_{\text{total}} = 20\pi(\text{cm}) + 20\pi(\text{cm}) + 24\pi(\text{cm}) + 24\pi(\text{cm})$$

$$L_{\text{total}} = 88\pi(\text{cm})$$

Sin embargo, esta respuesta para los fines indicados no resulta práctica. Por ello, se debe redondear el número irracional resultado, y obtener un valor que sea comprensible comercialmente.

Cuando los números irracionales que se sumarán o restarán están expresados en radicales, es necesario observar si son semejantes. Un radical es semejante a otro cuando sus radicandos son iguales. El coeficiente, que es el número que antecede al radical, puede ser diferente. A fin de conseguir radicales semejantes, se descomponen los radicandos en sus factores primos para extraer la raíz de lo que sea posible, de acuerdo con las propiedades de la radicación. Para sumar o restar radicales semejantes, se suman o restan los coeficientes.

Ejemplo 3

$$\text{Efectuar: } -\sqrt{32} + \frac{1}{2} + \sqrt{50} - 0,75 + \sqrt{72} =$$

Solución

$$-\sqrt{2^4 \times 2} + 0,5 + \sqrt{5^2 \times 2} - 0,75 + \sqrt{6^2 \times 2} =$$

$$-2^2\sqrt{2} + 0,5 + 5\sqrt{2} - 0,75 + 6\sqrt{2} =$$

$$(-4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2}) + (0,5 - 0,75) =$$

$$7\sqrt{2} - 0,25 = (\text{valor exacto})$$

$$9,65 \text{ (valor redondeado a las centésimas)}$$



Recuerda que...

Propiedades de la adición

Clausurativa

$$\text{Si } a, b, c \in \mathbb{R} \Rightarrow a + b + c \in \mathbb{R}$$

Conmutativa

$$\text{Si } a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow a + b = b + a$$

Asociativa

$$\text{Si } a, b, c \in \mathbb{R} \Rightarrow \\ (a + b) + c = a + (b + c)$$

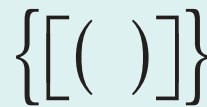
Modulativa

$$a \in \mathbb{R} \Rightarrow a + 0 = a$$

Cancelativa

$$a, -a \in \mathbb{R} \Rightarrow a + (-a) = 0$$

Jerarquización en la eliminación de los signos de agrupación en un polinomio aritmético.



De adentro hacia afuera.



¿Sabías qué?

La suma de dos números irracionales no siempre es un número irracional, por ejemplo $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$.

La suma de un número racional y un irracional siempre es un irracional.



Saberes previos

Realiza las operaciones.

a) $12,74(-10)$

b) $\frac{65}{2} \times 0,6$

c) $16 \div \left(-\frac{4}{3}\right)$

d) $-\frac{7}{10} \times \frac{5}{2} \times \frac{2}{21}$



Shutterstock, (2020), 230684560

Flash memories de 3 y 32 G.

Si un gigabyte tiene 1 000 megabytes, ¿cuál es la capacidad de almacenamiento expresado en megabytes de los *flash memories* de la imagen?

Para realizar el cálculo, debemos multiplicar.

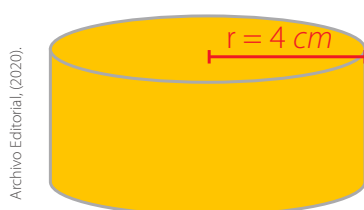
Flash memory: I

$$3 \times 1\,000 = 3\,000 \text{ megabytes}$$

Flash memory: II

$$32 \times 1\,000 = 32\,000 \text{ megabytes}$$

Los *flash memories* se deben guardar en una caja cilíndrica como se muestra en la figura. ¿Cuál es la superficie de la base de la caja?



Archivo Editorial, (2020).

Para conocer la superficie de la caja es necesario obtener el área del círculo.

$$A_0 = \pi \times r^2$$

$$A_0 = 3,14 \times 4^2$$

$$A_0 = 3,14 \times 16$$

$$A_0 = 50,24 \text{ cm}^2$$



¿Sabías qué?

Las unidades de almacenamiento de información han evolucionado: primero estuvieron los discos flexibles de $5 \frac{1}{4}$ pulgadas y $3 \frac{1}{2}$ pulgadas; luego aparecieron los CDs y DVDs, que fueron reemplazados por el *flash memory*.

En la actualidad se puede prescindir de estos dispositivos porque la información puede ser almacenada en enormes centros de acumulación de datos, conocidos como "nubes".

Cuando los números reales que se multiplicarán o dividirán son irracionales, debemos redondearlos.

Si los factores son números irracionales en radicales del mismo índice, se aplica la propiedad recolectiva de la multiplicación.

Ejemplo 1

Multiplicar $3,2 \times \pi$.

Solución

Redondeamos π a centésimos.

$$3,2 \times 3,14 = 10,048$$

Ejemplo 2

Multiplicar $\sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-10} \times \sqrt{-2}$

Solución

$$= \sqrt{(6)(3)(-10)(-2)}$$

$$= \sqrt{360}$$

$$= 6\sqrt{10}$$

Ejemplo 3

$$\sqrt[3]{-4} (2\pi)(-\sqrt{5})(0,2)(\sqrt[3]{2})(\sqrt{5})$$

Solución

Multiplicamos radicales semejantes entre sí.

$$\begin{aligned} &= \sqrt[3]{-4} (\sqrt[3]{2})(-\sqrt{5})(\sqrt{5})(2\pi)(0,2) \\ &= (\sqrt[3]{-8})(-\sqrt{25})(0,4\pi) \\ &= -2(-5)(0,4\pi) \\ &= 4\pi \end{aligned}$$

Ejemplo 4

$$\sqrt{512} \div \sqrt{8}$$

Solución

Aplicamos la propiedad recolectiva.

$$\begin{aligned} &= \sqrt{512 \div 8} \\ &= \sqrt{64} \\ &= 8 \end{aligned}$$

Propiedades de la multiplicación

Propiedad	Descripción
Clausurativa	Si $a, b \in \mathbb{R}$ $a \times b = c \quad c \in \mathbb{R}$
Conmutativa	Si $a, b, c \in \mathbb{R}$ $a \times b \times c = a \times c \times b = b \times c \times a$
Asociativa	Si $a, b, c \in \mathbb{R}$ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
Elemento neutro	Si $a \in \mathbb{R}$ $a \times 1 = a$
Distributiva	Si $a, b, c \in \mathbb{R}$ $(a + b) \times c = ac + bc$
Inverso multiplicativo	Si $a \in \mathbb{R} - \{0\} \exists \frac{1}{a} \in \mathbb{R}$ $a \times \frac{1}{a} = 1$

Archivo Editorial, (2020).



Recuerda que...

- El orden de resolución en un polinomio aritmético es:
 - potencias y raíces;
 - multiplicaciones y divisiones;
 - sumas y restas.
- Todo número real multiplicado por cero es igual a cero.
- En la división se cumple la propiedad distributiva a la derecha.

$$\begin{aligned} &(a + b + c) \div d \\ &= \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d} \end{aligned}$$



DFA

Si hay una discapacidad o dificultades visuales, es necesario ayudarnos unos a otros, ya sea con una explicación de los sucesos visuales o con un resumen de lo que sucede alrededor.

1. Realiza la operación indicada.

- a) $-\frac{4}{6} \times 0,4$
- b) $\sqrt{-27} \div \sqrt{-3}$
- c) $8\pi \div 2$
- d) $13e \times 12,5$
- e) $2\varphi \times 7\varphi$
- f) $\sqrt[3]{32} \div \sqrt[3]{216}$
- g) $-16\pi \div 8\pi$
- h) $\sqrt{72} \div \sqrt{2} \times \frac{1}{2}$
- i) $(\sqrt{27})(\sqrt[3]{-49})(\sqrt[5]{-32})(\sqrt[3]{7})(\sqrt{3})$

2. Determina el factor que hace posible la igualdad.

- a) $\sqrt[3]{100} \times$ $= 10$
- b) $\times 4 = -28\pi$
- c) $25\pi \times$ $= 12,5$
- d) $-6\sqrt{18} \times$ $= 12$
- e) $\times \left(\frac{15}{44}\right)^{-1} = -1,3$
- f) $\sqrt{8} \times$ $\times \sqrt{20} = -20\sqrt{2}$
- g) $\sqrt{10} \times$ $= 4\sqrt{10}$
- h) $\times \sqrt{6} \times \sqrt{2} = -6$

3. Redondea a las décimas los números irracionales y calcula el resultado.

- a) $\sqrt[3]{53} \div \pi$
- b) $\sqrt{71} \times \frac{5}{7}$
- c) $-\frac{13}{15} \div \sqrt{13}$
- d) $-\frac{3}{2}\pi \times \sqrt{2}$

4. Escribe la propiedad que se aplica en cada caso.

- a) $\frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3}{\sqrt{2}} = 1$

- b) $\left(\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{\pi}{4}\right)$

- c) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{6} = \sqrt{3}(\sqrt{5} \times \sqrt{6})$

- d) $\sqrt{2}(\sqrt{5} + 3\sqrt{7}) = \sqrt{2}\sqrt{5} + 3\sqrt{2}\sqrt{7}$

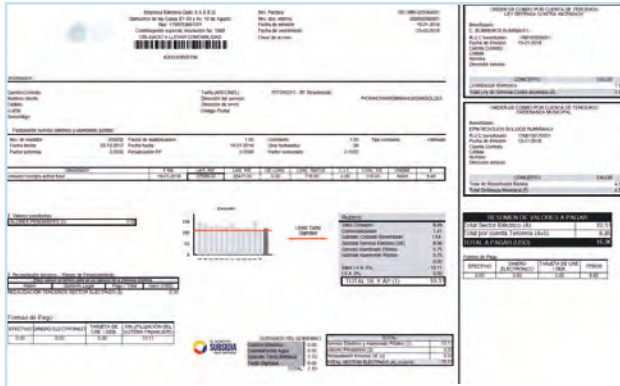
- e) $\sqrt{54} \times \sqrt{12} = 18\sqrt{2}$



Desequilibrio cognitivo

¿Cómo organizarías en tres grupos de igual número de elementos los siguientes datos? **Justifica** bajo qué criterio los agrupaste.

104 210 150 225 136 230 175 145 190



EEQ. (2020). www.eeq.com

Planilla de luz

El grupo de datos mostrados a continuación corresponde a los kilovatios-hora de consumo eléctrico de los habitantes de un conjunto habitacional.

80 76 70 92 68 75 69 75 74 82
86 74 68 72 76 88 84 80 73 78



¿Sabías qué?

El francés Léon Foucault desarrolló la lámpara de arco en 1840. Con este tipo de lámparas se realizó el alumbrado exterior en las calles. Posteriormente, fue Thomas Edison quien encendió la primera lámpara con filamento de carbono en Nueva York, el 27 de octubre de 1879. Esta se mantuvo en funcionamiento continuo durante dos días.

¿Cómo podemos organizar los datos?

Los datos pueden ser organizados en tablas de frecuencia de una manera desagrupada o agrupada.

En este caso, lo haremos en forma agrupada.

Pero antes de ello, analizaremos algunos conceptos.

Rango R: es el valor que se obtiene al restar el menor valor de los datos del mayor valor.

Número de intervalos K: es el número de subgrupos que se conformarán dentro del grupo de datos. Se calcula con la fórmula de Sturges, ingresando los datos en la calculadora.

$$K = 1 + 3,322 \log N,$$

donde N representa el número de datos.

Amplitud A: es el número de datos que contendrá cada intervalo de clase. Se calcula dividiendo el rango para el número de intervalos.

Marca de clase: es el valor medio de cada intervalo.

Procedamos ahora a calcular los valores mencionados antes de armar la tabla.

$$R = 92 - 68; R = 24$$

$$K = 1 + 3,322 \log 20; K = 5,32; K \approx 5$$

Es recomendable redondear al menor valor entero, de preferencia impar.

$$A = \frac{R}{K}; A = \frac{24}{5}; A = 4,8; A \approx 5$$

Con estos valores construimos la tabla que contendrá cinco intervalos de cinco datos cada uno.

En la tabla constará la marca de clase x , la frecuencia absoluta f_i , la frecuencia absoluta acumulada F_i , la frecuencia relativa f_r y la frecuencia relativa acumulada F_r .

Consumo eléctrico en un conjunto habitacional

Intervalo de clase	x	f_i	F_i	f_r	F_r
[68 – 73)	70,5	5	5	0,25	0,25
[73 – 78)	75,5	7	12	0,35	0,60
[78 – 83)	80,5	4	16	0,2	0,80
[83 – 88)	85,5	2	18	0,1	0,90
[88 – 92]	90,5	2	20	0,1	1
93		20		1	

Archivo Editorial, (2020).

Para formar los intervalos, escribimos en el primer casillero el menor número de los datos, en este caso 68, y le sumamos 5. Para el siguiente intervalo, tomamos el último valor del primer intervalo, en este caso 73, y le sumamos 5. Repetimos el proceso hasta obtener el quinto intervalo, el cual contiene el mayor valor de los datos, es decir, 92.

Luego procedemos a calcular x . Para ello en cada intervalo sumamos el valor inferior con el valor superior y lo dividimos entre 2.

$$x_1 = \frac{68+73}{2}; x = 70,5$$

$$x_2 = \frac{73+78}{2}; x = 75,5$$

$$x_3 = \frac{78+83}{2}; x = 80,5$$

$$x_4 = \frac{83+88}{2}; x = 85,5$$

$$x_5 = \frac{88+93}{2}; x = 90,5$$

A la columna de f_i la formamos con el conteo de los datos. La columna de F_i se forma al sumar cada F_i con la f_i siguiente.

A la columna de f_r la obtenemos al dividir cada f_i para N . Y la columna de F_r se obtiene al sumar cada F_i con la f_i siguiente.



Conexiones

Matemática con deporte

Tabla de distribución de frecuencias agrupadas en diez intervalos para la distancia recorrida durante el test YoYo de recuperación intermitente nivel 1 en 35 jugadores de fútbol.

Distancia recorrida	f_i	f_r	F_i	F_r
[1 240 – 1 440)	2	0,06	2	0,06
[1 440 – 1 640)	5	0,14	7	0,2
[1 640 – 1 840)	2	0,06	9	0,26
[1 840 – 2 040)	6	0,17	15	0,43
[2 040 – 2 240)	2	0,06	17	0,49
[2 240 – 2 440)	3	0,09	20	0,57
[2 440 – 2 640)	3	0,09	23	0,66
[2 640 – 2 840)	4	0,11	27	0,77
[2 840 – 3 040)	4	0,11	31	0,89
[3 040 – 3 240)	4	0,11	35	1

Archivo Editorial, (2020).



Recuerda que...

- Para calcular el número de intervalos, se usa la fórmula de Sturges. También se puede decidir el número de intervalos.
- Para definir los intervalos se usan corchetes y paréntesis. El corchete indica que el valor es incluido, y el paréntesis indica que el dato es excluido.

1. **Relaciona** cada concepto con su cálculo.

1	Marca de clase	a	$x = \frac{V_i + V_s}{2}$
2	Amplitud	b	$K = 1 + 3,322 \text{Log}N$
3	Número de intervalos	c	$R = V_{\text{mayor}} - V_{\text{menor}}$
4	Rango	d	$A = \frac{R}{K}$

Archivo Editorial, (2020).

Respuesta:

2. **Utiliza** la calculadora para determinar el número de intervalos en cada caso, usando la fórmula de Sturges.

- a) $N = 25$
- b) $N = 16$
- c) $N = 50$
- d) $N = 100$
- e) $N = 30$
- f) $N = 75$
- g) $N = 40$
- h) $N = 45$

3. **Analiza** la tabla y **completa**.

a) Edades de los jóvenes del grupo Alfa

Intervalo de clase	x	f_1	F_1	f_r	F_r
[12 - 14)	13	8	8	0,3	0,3
[14 - 16)	15	5	13	0,2	0,5
[16 - 18)	17	12	25	0,4	0,9
[18 - 20)	19	2	27	0,1	1

Archivo Editorial, (2020).

Número de datos:

Número de intervalos:

Amplitud del intervalo:

b) Estaturas de un grupo de mujeres

Intervalo de clase	x	f_1	F_1	f_r	F_r
[155 - 160)	157,5	20	20	0,57	0,57
[160 - 165)	162,5	10	30	0,29	0,86
[165 - 170]	162,5	5	35	0,14	1

Número de datos:

Número de intervalos:

Amplitud del intervalo:

4. **Completa** las tablas de frecuencia.

a) Número de años que vive en la capital un grupo de migrantes

Intervalo de clase	x	f_1	F_1	f_r	F_r
[1 - 5)		20			
[5 - 9)		15			
[9 - 13)		12			
[13 - 17)		25			
[17 - 20]		30			
Total					

b) Inventario de calzado deportivo del almacén Súper Deporte

Intervalo de clase	x	f_1	F_1	f_r	F_r
[20 - 23)		40			
[23 - 26)		38			
[26 - 29)		50			
[29 - 32)		20			
[32 - 35)		30			
[35 - 38)		32			
[38 - 41]		10			
Total					

M.4.3.2. Organizar datos no agrupados (máximo 20) y datos agrupados (máximo 50) en tablas de distribución de frecuencias: absoluta, relativa, relativa acumulada y acumulada, para analizar el significado de los datos.

- c) Número de vacunas existentes en un grupo de unidades médicas

Intervalo de clase	x	f_1	F_1	f_r	F_r
[20 - 32)		7			
[32 - 44)		2			
[44 - 56)		8			
[56 - 68)		5			
[68 - 80]		6			
Total		28			

5. **Responde** las siguientes preguntas y **justifica**.

- a) ¿Una frecuencia absoluta puede ser mayor que uno?

- b) ¿Una frecuencia relativa puede ser mayor que uno?

6. **Organiza** la información en tablas de frecuencia de datos agrupados.

- a) Los datos corresponden al número de vacunas que se han reportado en existencia en un grupo de unidades médicas.

50 65 52 80 20 36 75
 30 45 60 54 25 48 80
 62 30 50 28 70 62 55
 45 35 80 25 75 20 65

Cálculo del rango

$R =$

$R =$

Cálculo del número de intervalos

$K = 1 + 3,322 \log$

$K =$

$K \approx$

Cálculo de la amplitud

$A =$

$A =$

$A =$

- b) Los datos corresponden a las temperaturas promedio registradas en una ciudad en un mes.

Considerar $K = 6$

12 8 20 22 28

24 26 21 23 25

22 20 16 12 14

18 20 19 21 23

25 24 22 22 25

Intervalo de clase	x	f_1	F_1	f_r	F_r
Total					

Trabajo colaborativo

7. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Recolecten datos relacionados con el consumo de metros cúbicos de agua potable de sus hogares. Luego, **organicen** la información en una tabla de frecuencias con datos agrupados.

Actividad indagatoria

8. **Investiga** para qué sirve calcular la marca de clase x . **Da** un ejemplo.

Hacer un gráfico

Problema resuelto

La parte central de un parque tiene la forma de un hexágono regular, cuyo lado mide 10 metros. A este espacio se le colocará cerámica.

¿Cuántos metros de cerámica se requiere?

1. Comprender el problema

¿Qué forma tiene el terreno?

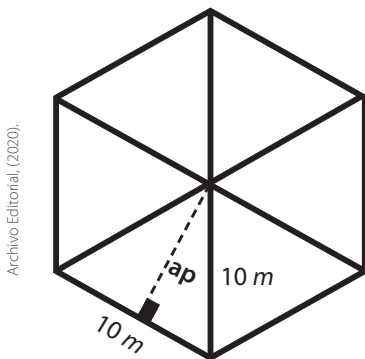
¿Cuánto mide el lado del terreno?

¿Qué necesitamos conocer para calcular el área indicada?

2. Fijar una estrategia

Realizar un gráfico ilustrativo y recordar que en un hexágono regular la medida de un lado es igual a la medida del radio del círculo que lo circunscribe.

3. Aplicar la estrategia



$$ap = \sqrt{(10\text{ m})^2 - (5\text{ m})^2}$$

$$ap = \sqrt{100\text{ m}^2 - 25\text{ m}^2}$$

$$ap = \sqrt{75\text{ m}^2}$$

$$ap = 5\sqrt{3}\text{ m}$$

$$A = \frac{P \times ap}{2}; A = \frac{60\text{ m} \times 5\sqrt{3}}{2}; A = 150\sqrt{3}\text{ m}^2$$

4. Expresar la respuesta

Exactamente se requieren $150\sqrt{3}\text{ m}^2$ de cerámica

Problema propuesto

Franklin ha diseñado un panal de abejas de madera para que los niños coloquen sus lápices de color.

¿Cuál es el área exacta de que dispondrá cada niño, si el lado de cada celda mide 6 cm?

1. Comprender el problema

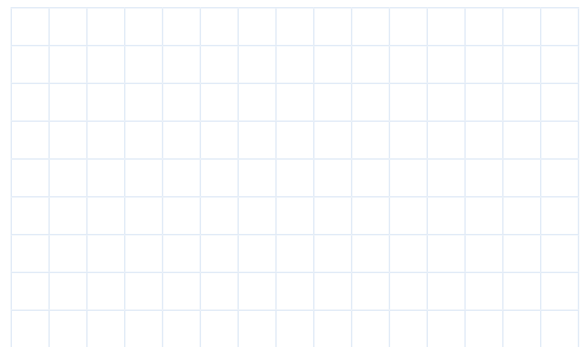
¿Qué forma tienen las celdas del panel de abejas?

¿Cuánto mide el lado de cada celda?

¿Qué necesitamos conocer para calcular el área de cada celda?

2. Fijar una estrategia

3. Aplicar la estrategia



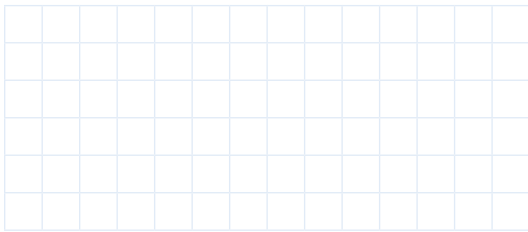
4. Expresar la respuesta

1. Luis quiere dividir un terreno cuadrangular en dos partes iguales atravesando una cuerda y formando una diagonal. Si el terreno tiene una superficie de 144 m^2 , ¿cuánto tiene que medir la cuerda?

a) Comprender el problema

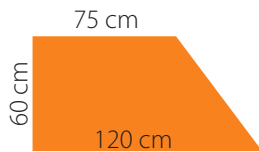
b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



d) Responder

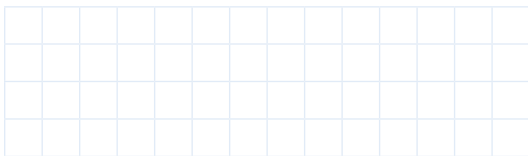
3. Durante las horas de arte, Martina y Valentina hacen un mural en forma de trapecio y desean colocar una cinta decorativa en el borde. Si el trapecio tiene las siguientes medidas, ¿cuántos metros de cinta necesitan?



a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



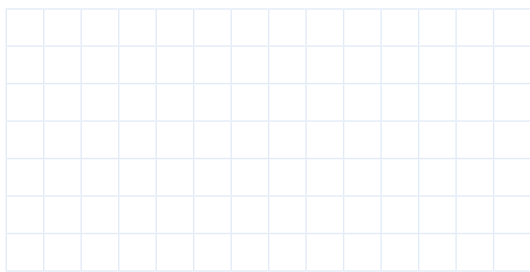
d) Responder

2. Gabriela elaborará 12 cometas de forma hexagonal, cuyos lados miden 28 cm. ¿Qué cantidad de papel necesita para elaborarlas?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



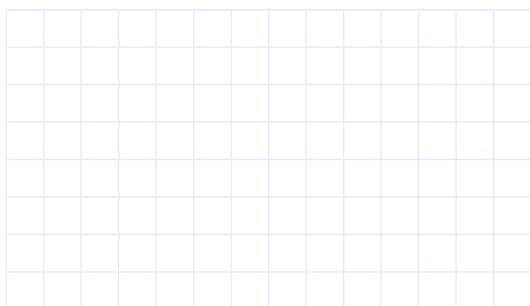
d) Responder

4. En un colegio quieren hacer una mesa de picnic con base hexagonal. ¿Cuál es el área que ocupará esta mesa si cada lado mide 60 cm?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



d) Responder

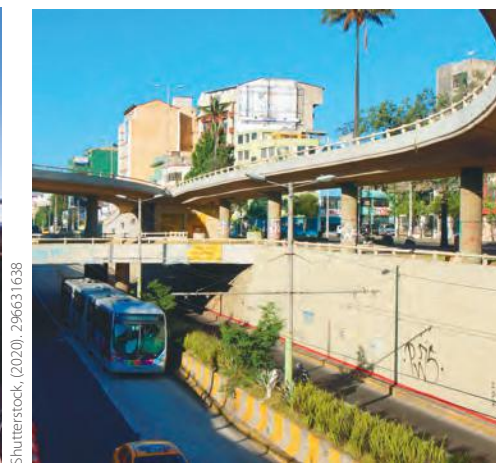
Medidas de prevención de accidentes

Justificación / problemática

La ciencia ha contribuido para que los medios de transporte alcancen niveles que faciliten nuestra necesidad de trasladarnos de un lugar a otro. Las velocidades con las que nos movilizan autos, buses, aviones y barcos nos permiten ahorrar tiempo y esfuerzo.

Mientras esto sucede, es necesario que nos modernicemos también en medidas de seguridad que eviten la producción de accidentes.

Nuestra posición de peatones debe ser de prudencia y de respeto al cruzar calles y avenidas. Si vamos dentro de un medio de transporte, también debemos cumplir con las medidas de seguridad reglamentarias.



Objetivo

Organizar información relevante de la sociedad para informar y prevenir accidentes.

Recursos

- Cartulinas
- Marcadores
- Imágenes

Actividades

- **Elaboren** carteles con las medidas preventivas que se deben tomar en el transporte escolar.
- **Investiguen** el número de accidentes que en su localidad se han producido mensualmente durante el último año.



Evaluación

1. **Organicen** la información en tablas de frecuencia con datos agrupados.
2. **Exhiban** la tabla de frecuencias en lugares estratégicos de la institución para que la comunidad educativa se informe. A la par, **coloquen** sus carteles con las medidas preventivas. **Consideren** como lugares estratégicos la zona del transporte escolar y los mismos buses.

Desafíos matemáticos

1. Una familia de seis personas va al cine, y se sientan todos juntos en una fila. A la salida, hacen amistad con la administradora y esta les dice que los dejará entrar gratis el día que hayan completado todas las posiciones posibles entre ellos, es decir, cuando se hayan sentado en las mismas seis butacas, ocupando cada vez una posición distinta cada persona.

La familia va una vez por semana. ¿Cuántas semanas tendrán que transcurrir para que puedan entrar gratis al cine?

2. Un hipotético caminante se dispone a dar la vuelta al mundo (naturalmente, a pie), siguiendo la línea ecuatorial. Se supone que esta persona puede caminar tranquilamente sobre las aguas, sobrevolar valles y perforar montañas, con el objeto de que su trayectoria sea horizontal.

La longitud total de la línea Ecuador es 40 000 kilómetros. La estatura del caminante es 1,75 metros. ¿Qué distancia recorrerá la cabeza en relación con los pies?

Para encontrar un valor exacto, debes tomar papel y lápiz y hacer el cálculo. Pero en este caso darás una respuesta intuitiva, por lo que dispones de un minuto para seleccionar entre las siguientes respuestas:

a) 410 km

b) 175 m

c) 1 750 km

d) 11 m

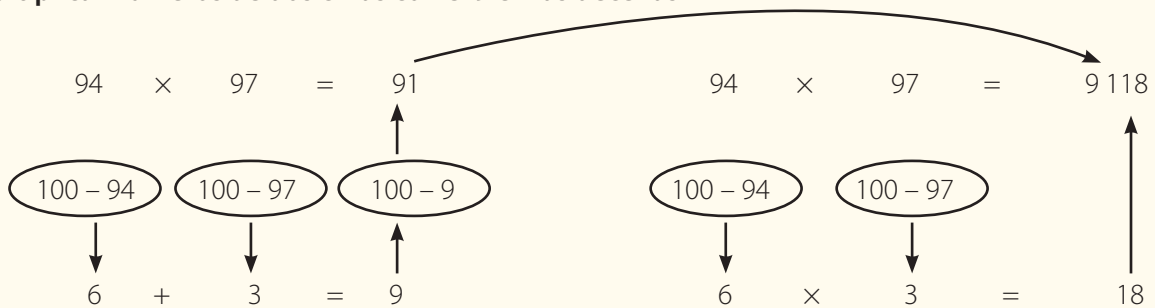
e) 17 cm

f) 17 km



Cálculo mental

Multiplicar números de dos cifras con el 9 en las decenas



Ahora hazlo tú

1. $93 \times 97 =$

5. $98 \times 92 =$

9. $93 \times 96 =$

2. $91 \times 94 =$

6. $97 \times 98 =$

10. $95 \times 97 =$

3. $96 \times 92 =$

7. $96 \times 98 =$

11. $96 \times 95 =$

4. $95 \times 99 =$

8. $94 \times 93 =$

12. $99 \times 97 =$

Recuerda y practica

1. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- a) El número $\sqrt{9}$ es un entero. ()
- b) Los números $\frac{3}{5}$ y 0,189 son números racionales. ()
- c) Todo número entero es número racional. (V)
- d) $\sqrt{5} + \pi \in \mathbb{I}$ (V)
- e) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{Z}$ (F)
- f) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$ (F)

2. Completa la tabla con el redondeo solicitado.

Número	Décimas	Centésimas	Milésimas
$\pi + \frac{1}{2}$			
$2e + 0,3$			
$\sqrt{7} - 2\sqrt[3]{2}$			
$\sqrt{23} - 4\pi$			
$\frac{5}{7} - \sqrt{50}$			

3. Completa la tabla con el redondeo solicitado.

- a) $\frac{1}{25}$
- b) π
- c) $3\frac{1}{2}$
- d) 3,8
- e) $\sqrt{2}$
- f) 5,3
- g) $\sqrt{47}$

4. Ordena de mayor a menor los números reales de cada grupo.

- a) $-7; \frac{2}{5}; 0; -\frac{16}{3}; 3; -5; \sqrt{3}$
-

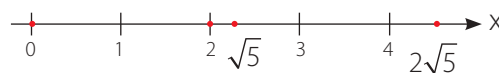
b) $-\frac{7}{3}; \frac{4}{5}; 0; -\frac{5}{3}; 3; -4; \sqrt{21}$

c) $-0,64; \frac{3}{6}; 2; -5; -\frac{\sqrt{25}}{3}; 3; -3,4; \sqrt{16}$

d) $\pi; -6; \frac{3}{7}; -4,5; -\frac{10}{5}; -5; -2\pi; \sqrt{5}$

5. Representa en la recta numérica:

a) $2\sqrt{5}$

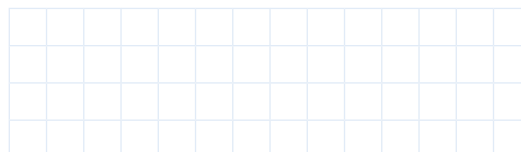


b) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$



6. Realiza las siguientes operaciones. Expresa las respuestas exactas.

a) $200 + 8\sqrt{200} - 2\sqrt{363}$



Compruebo mis aprendizajes

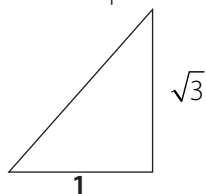
Evaluación sumativa

M.4.1.26. Reconocer el conjunto de los números irracionales e identificar sus elementos.

1. **Selecciona** el literal que contiene las afirmaciones verdaderas.

1. $\sqrt{13} \in \mathbb{Q}$
 2. -8 y $\pi \in \mathbb{R}$
 3. $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$
 4. Todo \mathbb{Z} es \mathbb{I}
- a) 1 y 2
b) 2 y 3
c) 1 y 3
d) 2 y 4

2. La medida de la hipotenusa del triángulo es:



- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) 1 d) 2
3. Al aproximar el número irracional 2π a las décimas, se obtiene:
- a) 6,2 b) 3,1 c) 6,3 d) 6,8

M.4.1.31. Calcular adiciones y multiplicaciones con números reales y con términos algebraicos aplicando propiedades.

4.Cuál es el resultado exacto que se obtiene al realizar la operación: de $\frac{8}{5}$ restar $-3\sqrt{8}$

- a) $-\frac{8}{5} - 3\sqrt{8}$
- b) $-\frac{8}{5} + 6\sqrt{2}$
- c) $\frac{8}{5} + 6\sqrt{2}$
- d) $-\frac{8}{5} + 3\sqrt{2}$

5. **Relaciona** el proceso con la propiedad aplicada. Luego, **relaciona** la respuesta correcta.

1. $-0,17 + 0,17 = 0$ a) Conmutativa
 2. $-8\sqrt[3]{3} + 2e = 2e - 8\sqrt[3]{3}$ b) Clausurativa
 3. $\frac{3}{4} + \sqrt{2} - \pi = \frac{3}{4} + (\sqrt{2} - \pi)$ c) Cancelativa
 4. $-7\sqrt{89} + 6\sqrt{89} = -\sqrt{89}$ d) Asociativa
- a) 1c, 2a, 3d, 4b
b) 1c, 2d, 3a, 4b
c) 1b, 2d, 3c, 4a
d) 1b, 2a, 3c, 4d

6. Al aproximar los números irracionales a las décimas y realizar la operación, se obtiene:

$$-e\pi + \sqrt{16}$$

- a) -9,8 b) -1,8 c) 9,8 d) -4,5

M.4.1.27. Simplificar expresiones numéricas aplicando las reglas de los radicales.

7. Al convertir los radicales en semejantes y realizar la operación, se obtiene:

$$-3\sqrt{8} + \frac{1}{2}\sqrt{50} - \frac{1}{4}\sqrt{200}$$

- a) $6\sqrt{2}$
- b) $-6\sqrt{2}$
- c) $-6\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$
- d) $6\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

8. ¿Cuál es la propiedad que se ha aplicado para resolver la operación?

$$(7\sqrt{72} + 4\sqrt{128} - \sqrt{98}) \div \sqrt{2}$$
$$= 42 + 32 - 7$$
$$= 67$$

- a) Conmutativa
- b) Clausurativa
- c) Asociativa
- d) Distributiva

M.4.1.31. Calcular adiciones y multiplicaciones con números reales y con términos algebraicos aplicando propiedades.

9. Relaciona el espacio en blanco con el término faltante que hace verdadera a la igualdad:

1. $-3\sqrt{2} \times [\] = 1$ a) $3\sqrt{2}$

2. $-3\sqrt{2} + [\] = 0$ b) $\sqrt{2}$

3. $3([\]) = -3\sqrt{2}$ c) $-\frac{1}{3\sqrt{2}}$

4. $-\frac{1}{3} \div [\] = -\frac{1}{3\sqrt{2}}$ d) $-\sqrt{2}$

a) 1a, 2c, 3d, 4b

b) 1c, 2a, 3b, 4b

c) 1c, 2a, 3b, 4d

d) 1a, 2c, 3b, 4d

10. ¿Cuál es el resultado del siguiente polinomio?

$-\sqrt{2}(\sqrt{8} - [7\sqrt{2} - 6\sqrt{18} - 1] + 0,6)$ es:

a) $46 + \frac{3}{5}\sqrt{2}$ c) $46 + \sqrt{2}$

b) $46 + \frac{2}{5}\sqrt{2}$ d) $13\sqrt{2} + \frac{5}{3}$

Coevaluación

M.4.3.2. Organizar datos no agrupados (máximo 20) y datos agrupados (máximo 50) en tablas de distribución de frecuencias: absoluta, relativa, relativa acumulada y acumulada,

11. Organicen los datos en una tabla de frecuencias con $k = 3$. Luego, **seleccionen** las respuestas correctas.

120 100 130 145 110

100 125 148 130 120

Intervalo de clase	x	f_1	F_1	f_r	F_r
Total					

- El rango es:
 - a) 148 b) 248 c) 48 d) 120
- La amplitud de cada intervalo es:
 - a) 16 b) 4 c) 8 d) 1
- La marca de clase del segundo intervalo es:
 - a) 132 b) 140 c) 124 d) 108
- La frecuencia absoluta del tercer intervalo es:
 - a) 3 b) 5 c) 1 d) 2
- La frecuencia relativa del primer intervalo es:
 - a) 0,3 b) 0,2 c) 0,5 d) 1

Autoevaluación

12. Pinta según la clave.

Puedo ayudar a otros

Resuelvo por mí mismo

Necesito ayuda

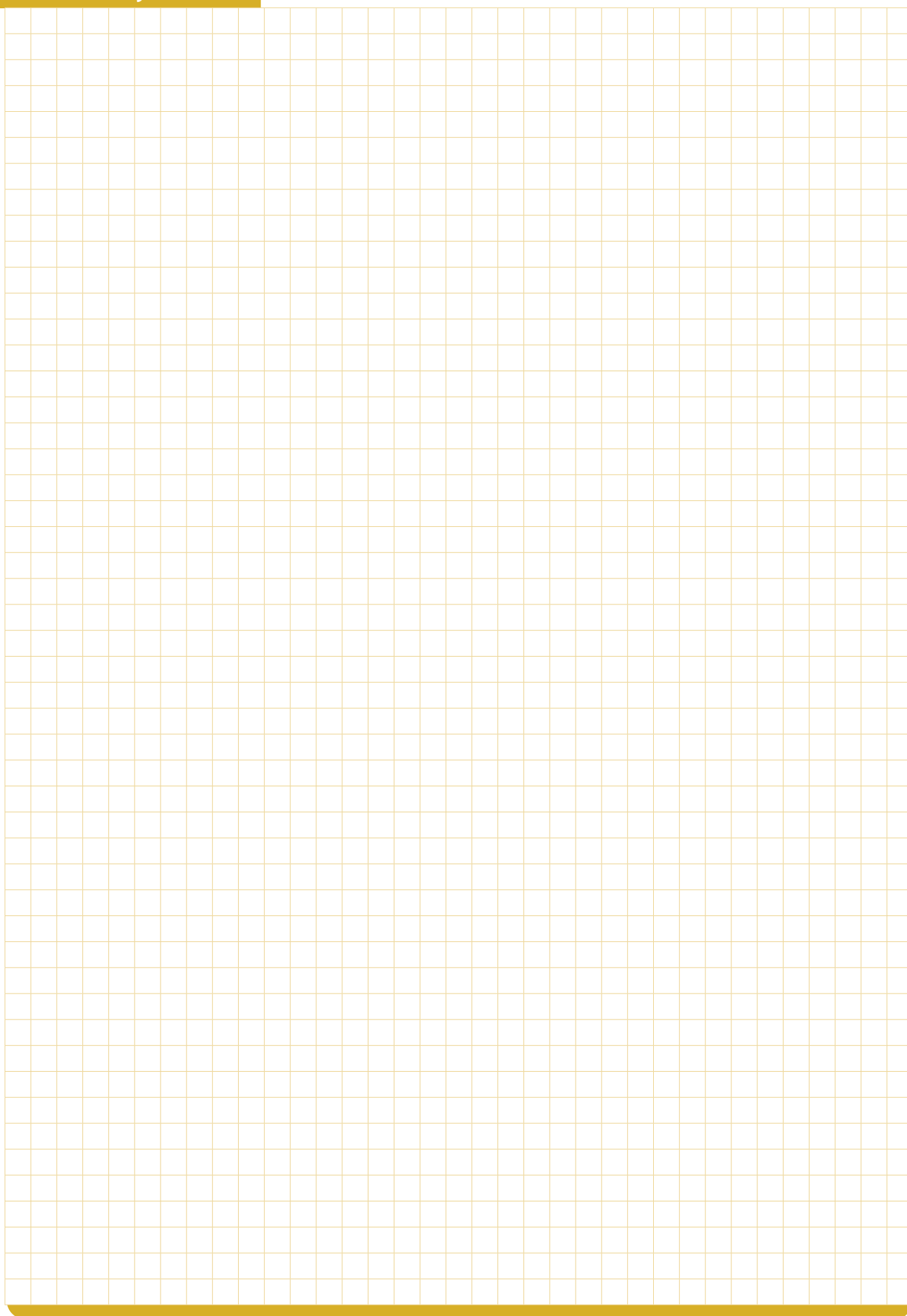
Estoy en proceso

Contenidos				
Identifico números irracionales.				
Redondeo números decimales.				
Realizo operaciones con números reales.				
Organizo datos en tablas de frecuencias con datos agrupados.				

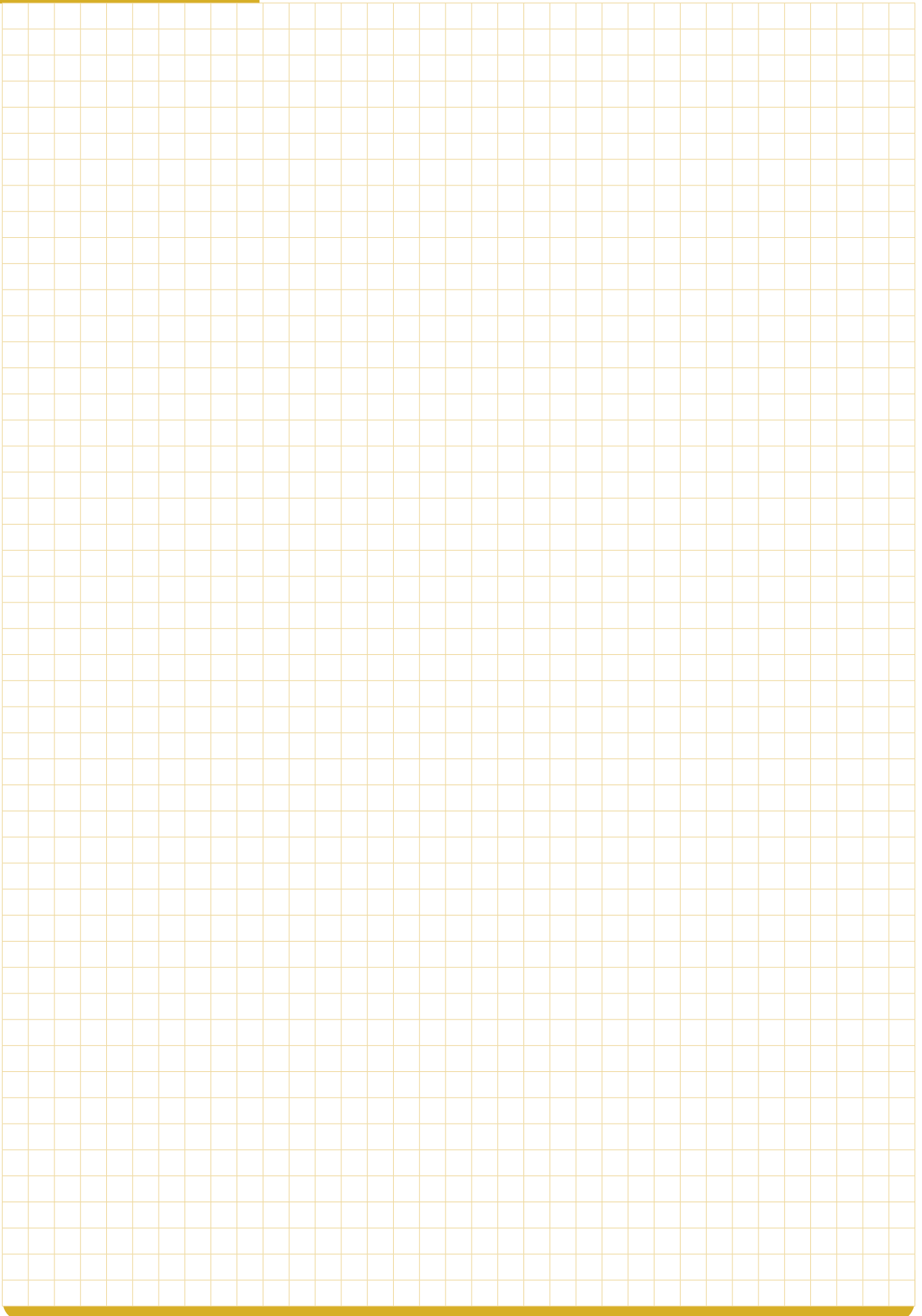
Metacognición

- ¿Aclaraste tus dudas con tu profesor o profesora?
- ¿Qué conocimiento aprendido has usado antes en tu quehacer diario?
- ¿Qué conocimiento podrías usar de aquí en adelante y dónde?

Para tus ejercicios



Para tus ejercicios

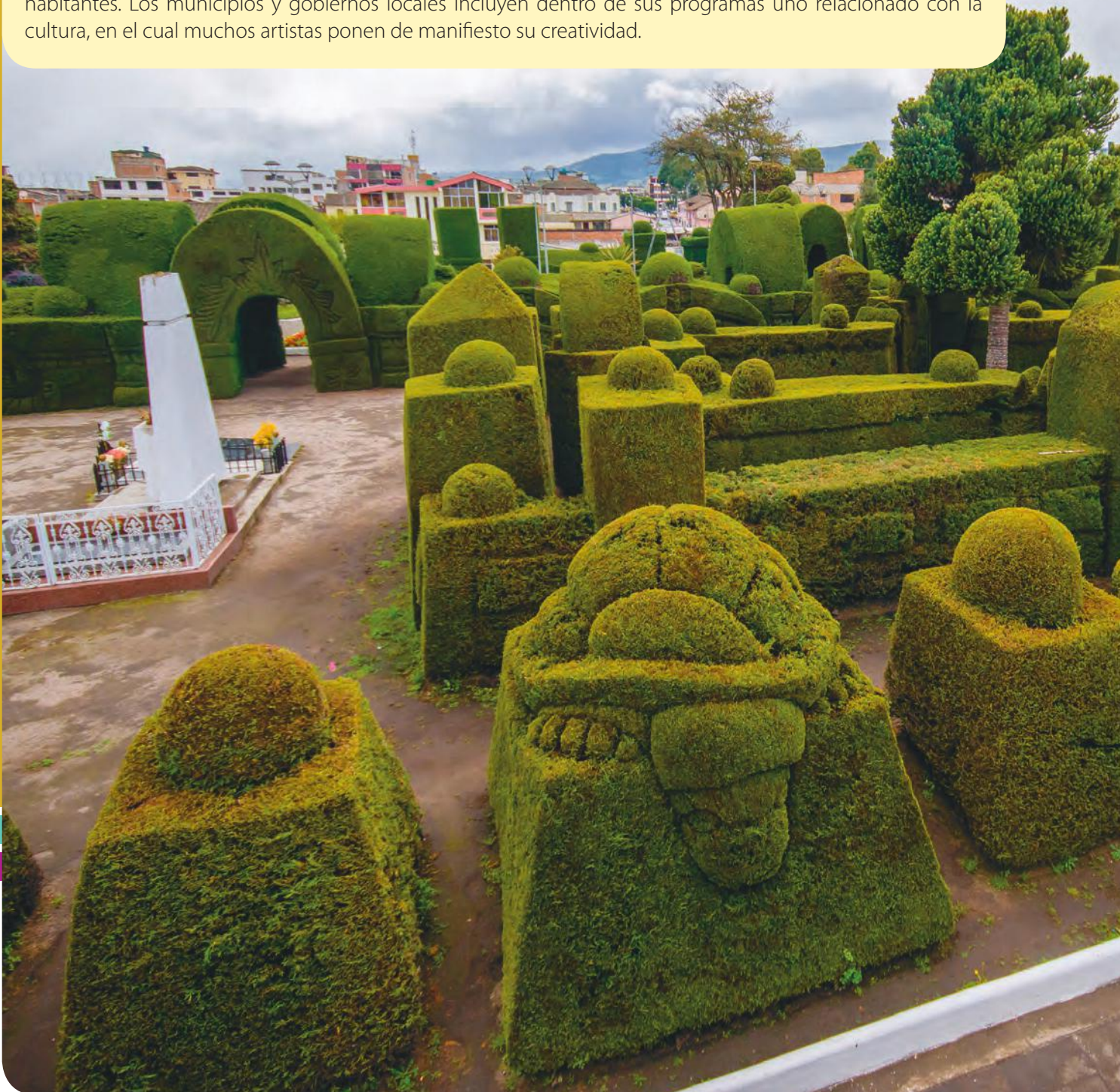


unidad 2

El arte, las ciudades y los números

Sin duda alguna, las construcciones y arquitectura son el producto de los cálculos matemáticos que hicieron posible su elaboración y permanencia con el pasar de los años.

Las ciudades, pueblos o localidades, a través de su arquitectura y quehacer diario, reflejan la cultura de sus habitantes. Los municipios y gobiernos locales incluyen dentro de sus programas uno relacionado con la cultura, en el cual muchos artistas ponen de manifiesto su creatividad.



Preguntas generadoras

- ¿Qué figuras geométricas observas en la fotografía? Menciona al menos cuatro.
- ¿Qué cuerpos geométricos miras en la fotografía? Menciona al menos tres.

Álgebra y funciones

- Potenciación de números reales. Notación científica
- Radicación de números reales
- Racionalización
- Expresiones algebraicas y polinomios
- Representación de polinomios con material concreto

Geometría y medida

- Polígonos. Área de polígonos
- Área de prismas y pirámides, cilindros y conos

Objetivos:

O.M.4.1. Reconocer las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de las funciones (discretas y continuas); y fomentar el pensamiento lógico y creativo.

O.M.4.4. Aplicar las operaciones básicas, la radicación y la potenciación en la resolución de problemas con números enteros, racionales, irracionales y reales, para desarrollar el pensamiento lógico y crítico.

O.M.4.6. Aplicar las conversiones de unidades de medida del SI y de otros sistemas en la resolución de problemas que involucren perímetro y área de figuras planas, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, así como diferentes situaciones cotidianas que impliquen medición, comparación, cálculo y equivalencia entre unidades

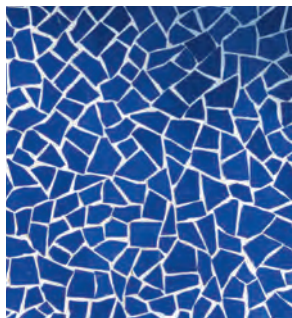




Saberes previos

Escribe el término faltante para que la igualdad se cumpla.

$$\left(\frac{7}{5}\right)^3 = \left(\quad\right)^5 = -\frac{729}{1024} \quad 0,015^2 =$$



Técnica de trabajo con cerámica.

Shutterstock, (2020). 141.3506



¿Sabías qué?

La laboriosa pero interesante técnica del *trencadís*, que significa roto o quebrado, es una técnica de cerámica rota que se utiliza para el revestimiento de superficies, especialmente en las fachadas, parques, jardines, puentes y diseños interiores. Esta técnica aporta una gran belleza a las obras, a la vez que resiste mejor el paso del tiempo.



Shutterstock, (2020). 527797897

En una ciudad se le ha encargado a un artista la elaboración de tres murales con cerámica rota. Estos murales tienen forma cuadrangular y sus lados respectivamente miden $4,5\text{ m}$, $5,2\text{ m}$ y $\sqrt{32}\text{ m}$. ¿Qué cantidad de cerámica se requiere exactamente para la elaboración de tres murales?

Para determinar la cantidad de cerámica, es necesario sumar el área de cada uno de los murales.

$$A_T = A_1 + A_2 + A_3$$

Por tener forma cuadrangular, su área se calcula elevando sus lados al cuadrado.

$$\begin{aligned} A_T &= l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 \\ A_T &= (4,5)^2 + (5,2)^2 + (\sqrt{32})^2 \\ A_T &= 20,25 + 27,04 + 32 \\ A_T &= 79,29\text{ m}^2 \end{aligned}$$

En la potenciación de los números reales \mathbb{R} , se cumple:

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$(x \cdot y)^m = x^m \cdot y^m$$

$$x^m \div x^n = x^{m-n}$$

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

$$x^{-m} = \frac{1}{x^m}; \text{ con } x \neq 0$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-m} = \left(\frac{y}{x}\right)^m; \text{ con } y \neq 0 \text{ y } x \neq 0$$

$$x^0 = 1$$

$$x^1 = x$$

Ejemplo 1

Aplicar las propiedades de la potenciación hasta reducir la expresión $\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^2\right]^3$

Solución

Multiplicamos los exponentes $\left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^6$

Distribuimos el exponente $\frac{\sqrt{2^6}}{\pi^6}$

Simplificamos el índice y el exponente $\frac{2^3}{\pi^6} = \frac{8}{\pi^6}$

Ecuaciones exponenciales

Una ecuación exponencial es aquella en la que la incógnita se encuentra en el exponente. $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$

Ejemplo 2

Encontrar el valor de x en el siguiente ejercicio: $(e^2)^x \div e^2 = e^4$

Solución

Para resolver la ecuación es necesario que en los dos miembros tengamos la misma base, de tal manera que se puedan igualar exponentes y resolver aplicando las propiedades de la potenciación.

$$(e^2)^x \div e^2 = e^4$$

El dividendo debe tener exponente 6 para que al restar 2 obtengamos 4 de acuerdo a la propiedad cociente de bases iguales. Para obtener 6, x debe tener un valor de 3, pues al aplicar la propiedad potencia de potencia $2 \times 3 = 6$

Notación científica

Esta herramienta matemática sirve para expresar de una manera corta cantidades bastante grandes o bastante pequeñas, haciendo uso de un dígito y la potenciación con base 10.

Ejemplo 3

Expresar en notación científica el número 3 200 000 000.

Solución

Recorremos la coma hacia la izquierda hasta que quede un solo dígito en la parte entera.

3,200000000 (9 posiciones)

A este número se le retiran los ceros y se lo multiplica por la base 10, a la cual se le coloca como exponente el número de posiciones que se recorrió la coma.

$3,2 \times 10^9$

Ejemplo 4

Expresar en notación científica el número 0,000000897.

Solución

Recorremos la coma hacia la derecha hasta conseguir un dígito en la parte entera del número que resultará después de retirar los ceros.

0000008,97 (7 posiciones)

Multiplicamos por 10 y el exponente por colocar será igual al número de posiciones que se movió la coma con signo negativo.

$8,97 \times 10^{-7}$



Conexiones

Matemática con astronomía

Las masas de los planetas del sistema solar requieren de notación científica para ser expresadas de mejor manera.

Planetas	Masa (kg)
Mercurio	$3,3 \times 10^{23}$
Venus	$4,87 \times 10^{24}$
Tierra	$5,98 \times 10^{24}$
Marte	$6,42 \times 10^{23}$
Júpiter	$1,9 \times 10^{27}$
Saturno	$5,69 \times 10^{26}$
Urano	$8,69 \times 10^{25}$
Neptuno	$1,02 \times 10^{26}$
Plutón	$1,32 \times 10^{22}$

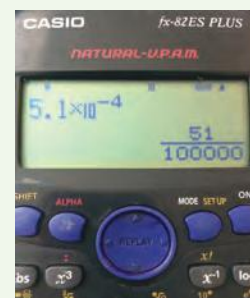
Archivo Editorial, (2020).



Uso de la calculadora

Notación científica en la calculadora

Para ingresar números en notación científica en la calculadora, se usa la tecla EXP o $\times 10^x$. Así, por ejemplo, para ingresar $5,1 \times 10^{-4}$, ingresamos el número 5,1. Luego oprimimos la tecla EXP y finalmente colocamos el número -4. Al presionar =, observamos en la pantalla lo siguiente:



1. Aplica las propiedades y resuelve.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^4 \left(\frac{2}{5}\right)^{-5} =$

b) $e^7 \div e^{-7} =$

c) $(-0,8)^{-6} (-0,8)^3 (0,8)^5 =$

d) $[(2\pi)^2]^{-2} =$

e) $\left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}\right)^2 =$

f) $\left(\frac{6}{7} \div \frac{4}{5}\right)^3 =$

g) $(-0, \widehat{24})^{-1} =$

h) $(\sqrt{2})^{-2} =$

i) $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{5}}\right)^{-10} =$

j) $[(\sqrt[3]{3})^{-2}]^6 =$

k) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{10} (-0, \widehat{3})^{-10} (-0, \widehat{3})^{-3} =$

l) $(2\sqrt{5})^3 (2\sqrt{5})^{-4} =$

m) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 =$

n) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^4 =$

2. Encuentra el valor de x para que se cumpla la igualdad.

a) $[(2^x)^4]^2 = 2^{-24}$

b) $\varphi^6 \times \varphi^7 \times \varphi^x = \varphi^{10}$

c) $(\sqrt[3]{5})^x = 25$

d) $\left(\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}}\right)^x = \frac{169}{25}$

e) $\left(\frac{\sqrt{43}}{x}\right)^2 = \frac{43}{49}$

f) $-6^x = -\frac{1}{36}$

g) $\left(-4 \times \frac{1}{3}\right)^x = -\frac{64}{27}$

h) $\left(\frac{4\pi}{x}\right)^{-5} = \frac{3\,125}{1\,024} \pi^5$

3. Selecciona las afirmaciones verdaderas.

- a) La potencia de una base negativa elevada a una exponente par es positiva.
- b) Al aplicar la propiedad potencia de potencia, se suman los exponentes.
- c) La potencia de una base positiva elevada a un exponente par es positiva.
- d) La propiedad distribuida de la potencia se aplica solo a la suma y a la resta.



Desequilibrio cognitivo

¿Por qué la raíz cúbica de -512 es -8 ?

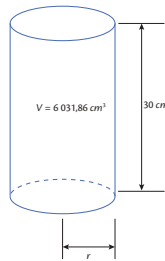
Shutterstock, (2020), 604559336



Focos reflectores.

Fabricio instalará focos reflectores en un panel para el desarrollo de un espectáculo artístico. Los focos están por llegar, pero él debe adelantar el trabajo. Conoce que los reflectores son cilíndricos, que su volumen es $6\,031,86\text{ cm}^3$ y que su altura es 30 cm . ¿Qué medida debe tener el radio de los orificios que Fabricio hará en el panel?

Es necesario conocer la forma de los reflectores.



Archivo Editorial, (2020).

Esquematicemos el foco reflector de acuerdo con el dato de la forma. Ubiquemos en el gráfico los datos numéricos y la incógnita del problema que es el radio.



¿Sabías qué?

A través de los espectáculos artísticos, los miembros de una sociedad se entretienen e incrementan elementos en su cultura.

En algunas ciudades se fijan fechas especiales para dar espectáculos que resaltan las artes y la cultura. En Quito sucede en el mes de agosto.

Las personas dedicadas a los espectáculos deben cuidar de la escenografía, el vestuario, la iluminación, la decoración y el sonido, entre otros aspectos.



Shutterstock, (2020), 704836948

Recordamos que la fórmula del volumen de un cilindro es $V = \pi r^2 h$, y reemplazamos en ella los datos.

$$6\,031,86\text{ cm}^3 = \pi \cdot r^2 \cdot 30\text{ cm}$$

La incógnita r debe ser despejada. Para ello aplicamos la propiedad llamada de uniformidad, que permite dividir el uno y el otro lado de la igualdad por un mismo número, esto es:

$$\frac{6\,031,86\text{ cm}^3}{\pi \cdot 30\text{ cm}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 30\text{ cm}}{\pi \cdot 30\text{ cm}} \quad ; \text{ simplificando, tenemos:}$$

$$\frac{6\,031,86\text{ cm}^2}{\pi \cdot 30} = r^2$$

La misma propiedad de uniformidad nos permite extraer la raíz cuadrada de uno y otro lado de la igualdad.

$$\sqrt{\frac{6\,031,86\text{ cm}^2}{\pi \cdot 30}} = \sqrt{r^2}$$

Con la calculadora determinamos el valor de la izquierda de la igualdad y en el otro lado aplicamos la propiedad raíz de una potencia.

Tenemos: $8\text{ cm} = r$ que es lo mismo que: $r = 8\text{ cm}$.

En la radicación de números reales se cumple:

$$\sqrt[m]{x \cdot y} = \sqrt[m]{x} \cdot \sqrt[m]{y}; \quad x \wedge y \in \mathbb{R} \quad \wedge \quad m \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[m]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[m]{y}}; \quad x \wedge y \in \mathbb{R} \quad \wedge \quad m \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}; \quad x \in \mathbb{R}; \quad m \wedge n \in \mathbb{N}; \quad \text{Si } m = n \Rightarrow \sqrt[m]{x^n} = x$$

$$\text{Si } n = 1 \Rightarrow \sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{1}{m}}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}; \quad x \in \mathbb{R}; \quad m \wedge n \in \mathbb{N}$$

Ejemplo 1

Aplicar las propiedades de la radicación.

$$\text{a) } \sqrt{4\pi^2 \cdot \sqrt{5}} = \quad \text{b) } \sqrt[5]{\frac{64e^{42}}{243}} =$$

Solución

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{4\pi^2 \cdot \sqrt{5}} &= \sqrt{2^2 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{5}} \quad \text{Aplicamos la propiedad distributiva.} \\ &= 2\pi\sqrt[4]{5} \quad \text{Aplicamos las propiedades raíz de una potencia y raíz de raíz.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[5]{\frac{64e^{15}}{243}} &= \sqrt[5]{\frac{2^5 \cdot 2 \cdot e^{15}}{3^5}} \quad \text{Descomponemos en factores primos.} \\ &= \frac{\sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{e^{15}}}{\sqrt[5]{3^5}} \quad \text{Aplicamos la propiedad distributiva.} \\ &= \frac{2e^3 \sqrt[5]{2}}{3} \quad \text{Aplicamos la propiedad raíz de una potencia.} \end{aligned}$$

Ejemplo 2

Expresa en forma de potencia $\sqrt[7]{2\varphi^3} =$

Solución

$$\begin{aligned} \sqrt[7]{2\varphi^3} &= \sqrt[7]{2} \cdot \sqrt[7]{\varphi^3} \quad \text{Aplicamos primero la propiedad distributiva.} \\ &= 2^{\frac{1}{7}} \cdot \varphi^{\frac{3}{7}} \quad \text{Aplicamos la propiedad raíz de una potencia.} \end{aligned}$$



Recuerda que...

- $\sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
- Si aplicas la propiedad distributiva en forma inversa, estás usando la propiedad recolectiva.
 $\sqrt[m]{x} \cdot \sqrt[m]{y} = \sqrt[m]{x \cdot y}$
- Cuando calculas raíces:

Radicando	Índice	Raíz
+	Par	+
-		$\notin \mathbb{R}$
+	Impar	+
-		-

- $\sqrt[4]{3^2}$ y $\sqrt[8]{3^4}$ son **radicales equivalentes** porque al aplicar las propiedades los dos son iguales a $\sqrt{3}$.
- Para obtenerlos, se multiplican o dividen el índice y el exponente por un mismo número diferente de cero.
- $\sqrt{2}$; $\sqrt[5]{13}$ y $\sqrt[5]{3}$ son **radicales homogéneos** porque tienen el mismo índice.



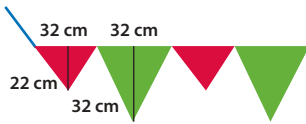
Saberes previos

Realiza las siguientes operaciones:

$$3\sqrt{5} + \sqrt{5} - \frac{7}{2}\sqrt{5} =$$

$$4\sqrt{32} - 4\sqrt{128} - \frac{2}{5}\sqrt{50} =$$

$$-\frac{3}{7}\sqrt[5]{96} - \sqrt[5]{729} =$$



Wilma elabora banderines para adornar las calles de su barrio a propósito de la fundación de la ciudad donde habita. Estos banderines están conformados por algunos triángulos isósceles de dos medidas diferentes, como se muestra en la figura. ¿Cuántas veces más grande es el lado del triángulo grande del lado del triángulo pequeño? Expresar el valor exacto.

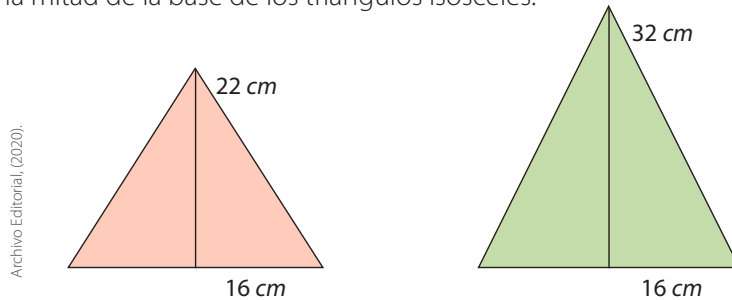
Como primer paso, calculamos el valor de los lados de cada triángulo. Estos lados corresponden a la hipotenusa de los triángulos rectángulos que se forman entre la altura y la mitad de la base de los triángulos isósceles.

¿Sabías qué?

Como muestra de identidad, las ciudades se embanderan a propósito de las fechas cívicas. Los municipios, a través de ordenanzas, obligan a los propietarios de las viviendas a cumplir con esta actividad que suma colorido a los desfiles y coreografías que se presentan.



Shutterstock, (2020). 662536774



$$\begin{aligned} l &= \sqrt{(22 \text{ cm})^2 + (16 \text{ cm})^2} \\ l &= \sqrt{740 \text{ cm}^2} \\ l &= \sqrt{2^2 \cdot 185 \text{ cm}^2} \\ l &= \sqrt{4 \text{ cm}^2 \cdot 185} \\ l &= 2\sqrt{185} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{(32 \text{ cm})^2 + (16 \text{ cm})^2} \\ L &= \sqrt{1280 \text{ cm}^2} \\ L &= \sqrt{2^8 \cdot 5 \text{ cm}^2} \\ L &= \sqrt{2^8 \text{ cm}^2} \cdot \sqrt{5} \\ L &= 16\sqrt{5} \text{ cm} \end{aligned}$$

Para conocer cuántas veces más grande es un lado con respecto al otro, debemos dividir el lado mayor para el lado menor.

Reemplazamos los valores y aplicamos propiedades hasta expresar la respuesta más simplificada.

$$\frac{L}{l} = \frac{16\sqrt{5} \text{ cm}}{2\sqrt{185} \text{ cm}} = 8\sqrt{\frac{5}{185}} = 8\sqrt{\frac{1}{37}} = 8\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{37}} = 8 \cdot \frac{1}{\sqrt{37}} = \frac{8}{\sqrt{37}}$$

El lado del triángulo más grande es $\frac{8}{\sqrt{37}}$.

Cuando las expresiones numéricas tienen en el denominador una o más raíces, estas pueden ser eliminadas a través de un proceso llamado racionalización. De acuerdo con la forma del denominador, analizaremos tres casos de racionalización.

Caso 1

El denominador contiene un solo término formado por una sola raíz cuadrada. En este caso, basta multiplicar numerador y denominador por la misma raíz cuadrada.

Ejemplo 1

Racionalizar la expresión obtenida como resultado en la situación inicial.

Solución

$$\frac{8}{\sqrt{37}} \cdot \frac{\sqrt{37}}{\sqrt{37}} = \frac{8\sqrt{37}}{\sqrt{37^2}} = \frac{8\sqrt{37}}{37}$$

Multiplicamos el numerador y el denominador

por $\sqrt{37}$ y aplicamos propiedades.

Caso 2

Si el denominador de la fracción contiene dos términos en uno de los cuales o en los dos hay una raíz cuadrada, se multiplica el numerador y el denominador por el conjugado del denominador. El conjugado de una suma es la resta y viceversa. El producto que resulta, $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$, es igual a $(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2$.

Ejemplo 2

Racionalizar $\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

Solución

Multiplicamos el numerador y el denominador por $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

$$\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{6(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = 3(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 3\sqrt{5} - 3\sqrt{3}$$

Caso 3

Si el denominador solo tiene un término con una raíz de índice cualquiera, n , se multiplica numerador y denominador por otra raíz de índice n que complete una potencia de exponente n .

Ejemplo 3

Racionalizar $\frac{8}{\sqrt[5]{6^3}}$

Solución

El factor racionalizante es $\sqrt[5]{6^2}$ porque completa el exponente 5.

$$\frac{8}{\sqrt[5]{6^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{6^2}}{\sqrt[5]{6^2}} = \frac{8\sqrt[5]{6^2}}{6}$$



Recuerda que...

El conjugado de $a\sqrt{x} - b$ es $a\sqrt{x} + b$ y su producto es $a^2x + b^2$.

El conjugado de $a\sqrt{x} - b\sqrt{y}$ es $a\sqrt{x} + b\sqrt{y}$ y su producto es: $a^2x + b^2y$.



Enlace web

Amplía tu conocimiento en

bit.ly/2YpjTYv



Me refuerzo

Ingresa al siguiente link web y realiza ejercicios interactivos de racionalización.

bit.ly/2YmUqyB

M.4.1.36. Reescribir expresiones numéricas o algebraicas con raíces en el denominador utilizando propiedades en \mathbb{R} (racionalización).

4. Determina el factor racionalizante y racionaliza.

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

b) $\frac{3}{\sqrt[6]{3^5}}$

c) $\frac{-5}{3\sqrt[3]{5}}$

d) $\frac{12}{\sqrt[8]{26^5}}$

e) $\frac{3\pi}{\sqrt[3]{6\pi}}$

5. Analiza el ejemplo. Luego racionaliza.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2}{\sqrt{2+\pi} + \sqrt{3+\pi}} &= \frac{\sqrt{2+\pi} - \sqrt{3+\pi}}{\sqrt{2+\pi} - \sqrt{3+\pi}} = \\ &= \frac{2(\sqrt{2+\pi} - \sqrt{3+\pi})}{(\sqrt{2+\pi})^2 - (\sqrt{3+\pi})^2} \\ &= \frac{2(\sqrt{2+\pi} - \sqrt{3+\pi})}{2+\pi - 3-\pi} = \end{aligned}$$

b) $\frac{3}{\sqrt{2e-7} - \sqrt{5e-7}} =$

6. Convierte los radicales a equivalentes; simplifica y expresa la respuesta racionalizada.

a) $\frac{\sqrt[3]{e^2} \cdot \sqrt{e^3}}{\sqrt[6]{e\pi^5}}$

b) $\frac{\sqrt{5^2 e\pi} \cdot \sqrt[3]{e^2 \pi^4}}{\sqrt[4]{5e\varphi}}$

c) $\frac{\sqrt{48} \cdot \sqrt[3]{24} \cdot \sqrt[6]{2}}{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{6}} =$

Trabajo colaborativo

7. Trabajen en parejas y resuelvan.

Formulen un ejercicio similar al número 5. En parejas, resuelvan los dos ejercicios formulados. Intercambien los ejercicios con otra pareja para su resolución.

Actividad indagatoria

8. Investiga por qué $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$ es igual a $x - y$. Expón en clase.

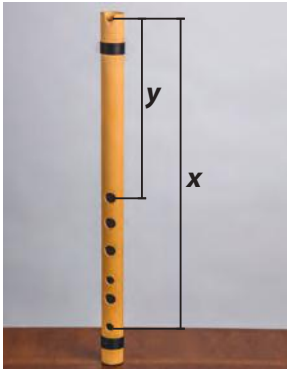


Desequilibrio cognitivo

Escribe las fórmulas para calcular el perímetro y el área de un rombo y de un pentágono regular.

Rombo:

Pentágono:



Shutterstock, (2020). 174558206

Diego, quien desconoce las medidas de las quenenas, ha realizado una ilustración de este instrumento musical. En ella ha identificado con las letras **x** y **y** dos distancias de ubicación de dos de los seis orificios que tiene este instrumento. ¿Con qué expresión representaríamos la distancia entre el primero y último de los orificios?

De acuerdo con la ilustración, la distancia requerida se obtiene al restar la distancia menor **y** de la distancia mayor **x**. Si llamamos **d** a la distancia buscada, tenemos:

$$d = x - y$$

Llamamos expresión algebraica a toda expresión que contiene letras y números enlazados por signos de suma, resta, multiplicación y división.



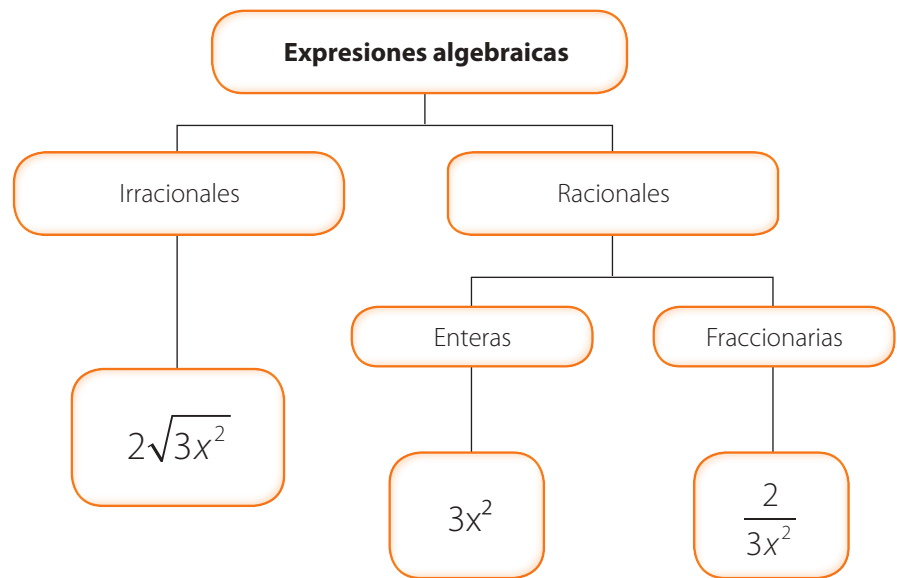
¿Sabías qué?

La quena es un instrumento de viento de origen preincásico. Se fabrica con caña de bambú. Su uso se remonta a las festividades tradicionales de las comunidades originarias de los Andes. En la actualidad es uno de los instrumentos que identifica a los grupos folclóricos que enriquecen la cultura Andina con su música.



Recuerda que...

Se llama término algebraico a la expresión de letras y números que se relacionan únicamente con los signos de multiplicación y división.



Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 1

Escribir tres términos algebraicos.

Solución

$$4xy^4; -6\sqrt{ab^5c}; \frac{2st^3}{7u^2v}$$

Las expresiones algebraicas, de acuerdo con el número de términos, pueden ser monomios (un término) o polinomios (más de un término).

Si un polinomio tiene dos términos, se llama binomio, y si tiene tres términos, trinomio.

Ejemplo 2

Identificar las expresiones algebraicas de acuerdo con el número de términos.

- a) $6x^5y + 9xy^5$ c) $6x^5y + 9xy^5 - 7xyz + 6$
 b) $6x^5y + 9xy^5 - 1$ d) $6x^5y$

Solución

- a) Es un binomio porque tiene dos términos.
 b) Es un trinomio porque tiene tres términos.
 c) Es un polinomio porque tiene más de dos términos.
 d) Es un monomio porque tiene solo un término.

Valor numérico de una expresión algebraica es el número que se obtiene al sustituir los valores asignados a las letras que contiene dicha expresión.

Ejemplo 3

Calcular el valor numérico de $-3x^3y^2 + 5xy^5 - 2$ para $x = 1$ y $y = -2$.

Solución

$$\begin{aligned} -3(1)^3(-2)^2 + 5(1)(-2)^5 - 2 & \text{ Sustituimos los valores de } x \text{ y } y. \\ -3(4) + 5(-32) - 2 & \text{ Desarrollamos las potencias.} \\ -12 - 160 - 2 = -174 & \end{aligned}$$

Se denominan términos semejantes a aquellos términos cuya parte literal es similar en letras y exponentes. Si los términos de una expresión algebraica son semejantes, pueden ser reducidos, es decir, sumados algebraicamente.

Ejemplo 4

Reducir términos semejantes en el polinomio

$$4a^2b + 7ab^2 - 4 + 2ab^2 - 8a^2b + 5$$

Solución

$$\underline{4a^2b} + \underline{7ab^2} - 4 + \underline{2ab^2} - \underline{8a^2b} + 5 \text{ Identificamos términos semejantes.}$$

$$-4a^2b + 9ab^2 + 1 \text{ Sumamos algebraicamente.}$$



Recuerda que...

Grado de un monomio

Absoluto: se obtiene al sumar los exponentes de la parte literal.

$$-\frac{5}{3}xy^5z^2$$

$$1 + 5 + 2 = 8$$

El monomio es de grado absoluto 8.

De grado relativo 1 con respecto a x , grado relativo 5 con respecto a y , y grado relativo 2 respecto a z .

En un polinomio el grado absoluto es igual al mayor grado absoluto de los monomios que lo conforman.

En el polinomio

$$3a^2b + 2bc - b^5c^2$$

$$3 \quad 2 \quad 7$$

el grado absoluto es 7.

Si todos los términos de un polinomio tienen el mismo grado, el polinomio se llama homogéneo.



Me refuerzo

Ingresa al siguiente link, **imprime** la página 2 y **practica** ecuaciones.

bit.ly/334dG2F

1. **Encuentra** una expresión algebraica para cada enunciado.

a) El triple de un número

b) El doble de un número más cinco

c) La razón entre el cuadrado de un número y el doble de otro

d) La raíz cuadrada de 7 veces un número más el cuadrado de dicho número

e) La diferencia del cuádruplo de un número y el producto de ese número con el doble de otro.

2. **Une** con una línea, según corresponda.

$-2x^2y$ Racional fraccionaria

$\frac{\sqrt{13}}{2}yz^4$ Irracional

$\frac{3a^2}{bc^5}$ Racional entera

$-4\sqrt[3]{xy^2}$

3. **Marca** con una X según corresponda.

	Monomio	Binomio	Trinomio	Polinomio
$\frac{3}{4}x^7y$				
$-2x+3y-1$				
$\sqrt{x}-2y$				
$a+b+2c-6$				

4. **Escribe** dos monomios que cumplan las condiciones indicadas en cada caso.

a) Coeficiente negativo y dos variables

b) Irracional con una sola variable

c) Coeficiente fraccionario con tres variables y grado absoluto 6

d) Racional fraccionario con dos variables y grado absoluto -1

5. **Halla** el valor numérico de las expresiones considerando que:

$a = -1$ $b = 2$ $c = -2$

a) $-a+2b-3c$

b) $\frac{1}{2}a^3bc+4ab^2-\frac{ab^2}{c}$

c) $\frac{-b^3c^2}{8}+\frac{3}{4}a^4c^2-0,3ab^2$

d) $\sqrt{ab^3c^3}+\frac{3}{2}abc^4-10$

M.4.1.23. Definir y reconocer polinomios de grados 1 y 2. (destreza desagregada)

6. **Identifica** los elementos de cada término.

Término	Signo	Coficiente	Parte literal
$-\frac{3}{8}x^6y^5z$			
$\sqrt{2}v^6w^{-3}$			
$-4a^6b^2c$			
$-0,6\frac{c^2d}{a}$			

7. **Determina** el grado absoluto de cada monomio.

- a) $-4x^6y^5z$ d) $31a^{18}b^{-12}$
 b) $\sqrt{5}a^5b^{-7}c$ e) $-0,5x^{-3}y^{-4}$
 c) $12\frac{u^4z}{w^5}$ f) $\frac{1}{11}\frac{x^5}{y^8}$

8. **Indica** el grado relativo con respecto a x.

- a) $14axy^5$ d) $0,7\widehat{2}x^8z^{-4}$
 b) $-\sqrt{2}abx^6$ e) $20x^{-2}y^7$
 c) $-6\frac{y^2z^2}{x^3}$ f) $\frac{1}{3}ar^5$

9. **Determina** el grado absoluto de los polinomios.

- a) $ax^2y - 2b^3x^5z + 3a^7xy - 2x^{-3}$
 b) $3z^5 - 0,5x^{-3}z^3 + 0,2x^3y^2z$
 c) $2a^{-3}b^{-1} + 3a^4b^{-3} - 2a^5b^{-5} + 4$
 d) $4x^{-7}y^5 - 2\frac{x}{y} + 7x^8y^{-7}$
 e) $-\frac{3}{7}x^4y^{-2}z^{-2} + 3\frac{x^{-3}y^{-1}}{z^{-3}} + \frac{4}{5}\frac{xy}{z^3}$

10. **Selecciona** los polinomios homogéneos.

- a) $-5x^4y^3 + x^2y^4 - 3xy^7 + 2xy^5$
 b) $14mn^3 - 10m^2n^2 + 3m^3n - 2m^4$
 c) $0,5ab^{-1} + 0,2a^7c^{-8}d + 4a^{-8}b^{-8}$
 d) $2x^3 + 4y^3 + z^3 - 1$

11. **Ordena** los polinomios en forma ascendente, de acuerdo con el valor relativo con respecto a x.

- a) $-2x^4 - 3x - 6x^6 - 5x^3 + 1 - 4x^2$

- b) $ax^{-2} - 3bx^2 + xy - 2 + 6x^4 - x^{-1}$

12. **Reduce** términos semejantes.

- a) $-8xy + 5x^3y^2 + 25x^2y + 5x^2y - 3xy$

- b) $ab^2 - 3a^2b + 5ab^2 - 12a^2b + 12$

- c) $\frac{1}{2}rs^2 + 3rs - \frac{1}{5}r + 2rs^2 - 3rs + \frac{1}{7}r$

- d) $0,7\widehat{x}^2 - \frac{1}{3}xy^2 + x^2 - 3x^2 + \frac{1}{6}xy^2$

Trabajo colaborativo

13. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Formulen cuatro polinomios y **ordénelos** en forma descendente.

Actividad indagatoria

14. **Investiga** qué es un polinomio completo.

Explica en clase.

Puedes revisar el siguiente enlace web:

bit.ly/336DKu7



Saberes previos

¿Cómo descompondrías el número 5 678 para que aparezca como un polinomio?

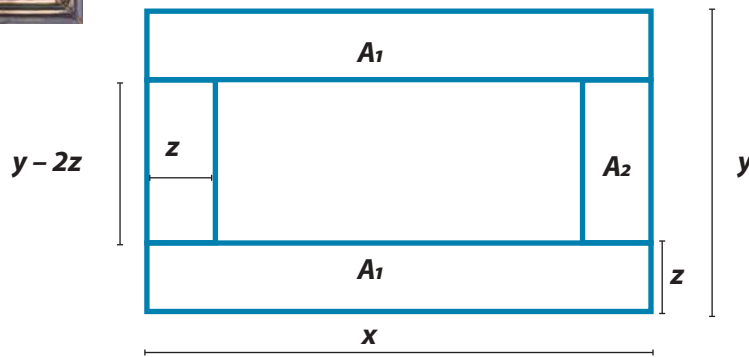


Shutterstock, (2020), 117596575

¿Cuál es el área total del cuadro?

Las medidas del ancho y largo del cuadro de arte, a la izquierda de la página, son desconocidas, así como también el ancho del marco. Por ello se les ha asignado con las letras x , y , z , respectivamente. Encontrar la expresión que representa el área del marco.

Para dar solución, esquematizaremos el marco como una estructura formada por cuatro rectángulos cuyas medidas son las indicadas.



Archivo Editorial, (2020).



¿Sabías qué?

Los indígenas de Tigua, ubicada en Cotopaxi, aprendieron a plasmar sus vivencias, leyendas y sueños en el cuero de las ovejas, primero con anilina, y hoy en día con pintura acrílica.

El cóndor, el curiingue y el danzante de Pujilí son personajes que aparecen en medio de bellos y coloridos paisajes andinos.



Shutterstock, (2020), 692723458

La fórmula para calcular el área de un rectángulo es $A = b \times h$, por lo tanto:

$$A_1 = x \cdot z$$

$$A_2 = z \cdot (y - 2z)$$

Como son dos rectángulos de cada tipo, el área solicitada es:

$$A_T = 2A_1 + 2A_2$$

$$A_T = 2xz + 2(y - 2z)z$$

$$A_T = 2xz + 2yz - 4z^2$$

Los polinomios pueden ser representados gráficamente mediante figuras geométricas. La elaboración de fichas algebraicas de colores facilitan la representación de los polinomios y los procesos de suma y resta entre ellos.

mo	no	o^2
mn	n^2	no
m^2	mn	mo

Archivo Editorial, (2020).

Otra forma de representar un polinomio:

$$(m+n+o)^2 = m^2 + n^2 + o^2 + 2(mn+mo+no)$$

Ejemplo 1

Construir fichas algebraicas para representar $\pm x^2, \pm x, \pm 1$.

Solución

Usaremos dos colores: el color verde para los términos positivos, y el color rojo para los términos con signo negativo.

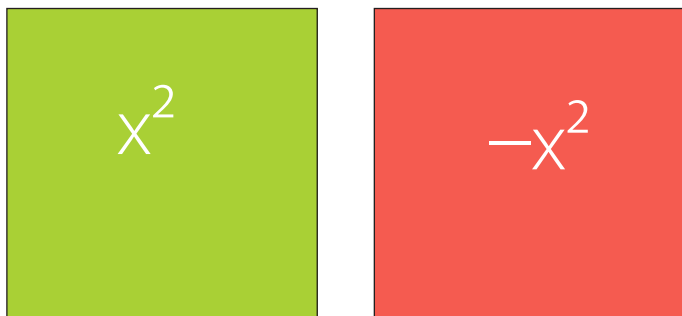
Para representar la unidad, utilizaremos un cuadrado cuya medida será un centímetro.



Para representar $\pm x$, usaremos una ficha rectangular cuya altura será un centímetro, es decir, igual al lado del cuadrado que representa la unidad.



Para representar $\pm x^2$, utilizaremos una ficha cuadrangular de lado igual a la base de la ficha que representa a x .

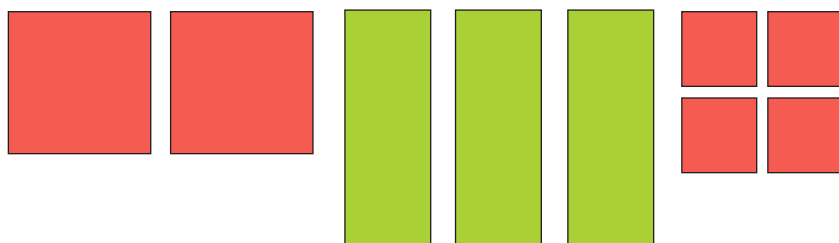


Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 2

Representar el polinomio $-2x^2 + 3x - 4$.

Solución



Archivo Editorial, (2020).

Recuerda que...

Esta es la relación de las medidas entre las fichas algebraicas.

Al construir las fichas, puedes hacerlas rojas de un lado y verdes en su reverso.

Archivo Editorial, (2020).

1. **Representa** con dibujos de fichas algebraicas los polinomios.

a) $x + 3$

b) $2x - 4$

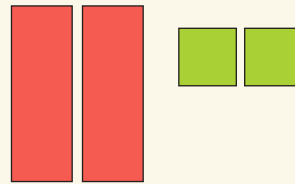
c) $x^2 - 2x + 4$

d) $-2x^2 - x + 1$

e) $3x^2 - 3x - 2$

2. **Completa** los polinomios de manera que correspondan a las expresiones.

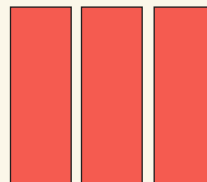
a) $-2x + 3$



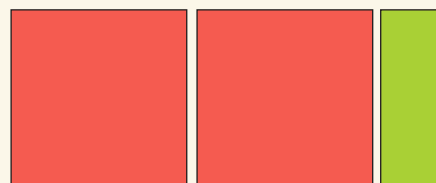
b) $5x - 3$



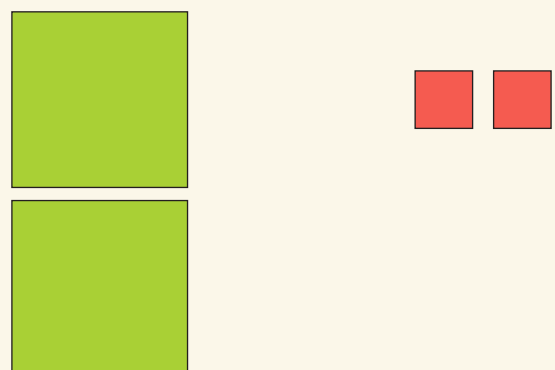
c) $x^2 - 3x + 1$



d) $-2x^2 + 3x$



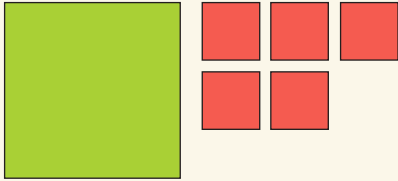
e) $4x^2 - 6$



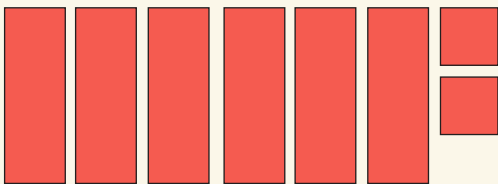
M.4.1.25. Reescribir polinomios de grado 2 con la multiplicación de polinomios de grado 1.

3. **Escribe** los polinomios que corresponden a las representaciones.

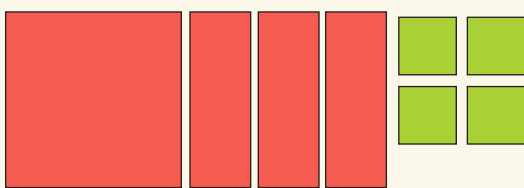
a)



b)



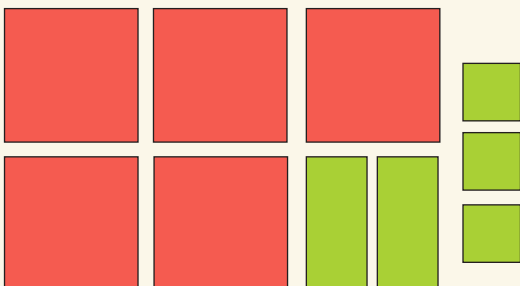
c)



d)



e)

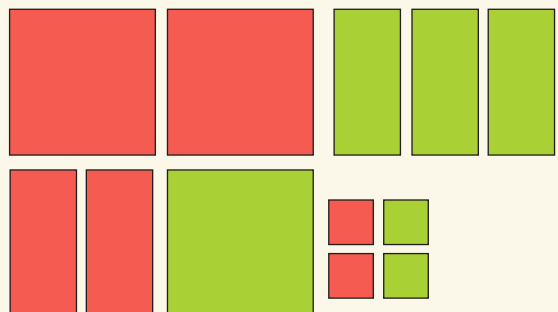


4. **Reduce** términos semejantes y **escribe** la expresión algebraica resultante.

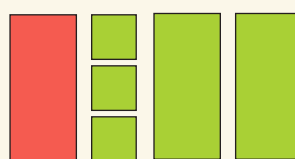
a)



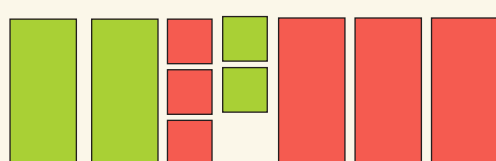
b)



c)



d)



Trabajo colaborativo

5. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Escriban cuatro polinomios en x de segundo grado. **Intercambien** con otra pareja para que los **representen** con fichas algebraicas. **Hagan** sus fichas con anticipación, siguiendo la guía de su maestra o maestro.

Actividad indagatoria

6. **Investiga** con qué podrías representar x^3 .

Explica su uso a través de la representación de un polinomio de tercer grado.

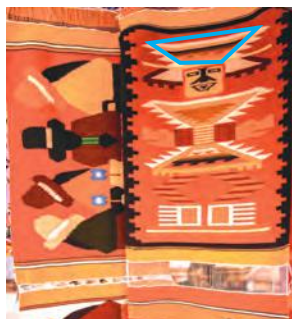


Desequilibrio cognitivo

Identifica las figuras geométricas que son polígonos.



Archivo Editorial, (2020).



Shutterstock, (2020). 561102985

Tejido otavaleño.

Un tapiz tiene forma rectangular. Su largo mide $1,20\text{ m}$ y su ancho, $0,60\text{ m}$. El trapecio señalado tiene las siguientes medidas: base mayor 50 cm , base menor 15 cm , y la altura 12 cm . ¿Qué porcentaje del área total del tapiz ocupa esa figura trapezoidal?

Para responder a la pregunta planteada, debemos calcular el área del tapiz rectangular y del trapecio indicado.

Las fórmulas para calcular el área de estos dos polígonos irregulares son:

$$A_{\square} = b \times h \quad \text{y} \quad A = \frac{B+b}{2} \cdot h$$

Sustituyendo los datos, tenemos:

Área del tapiz

$$A = b \times h$$

$$A = 1,20\text{ m} \times 0,60\text{ m} = 0,72\text{ m}^2$$

Área del trapecio del tapiz

$$A = \frac{B+b}{2} \times h$$

$$A = \frac{0,50\text{ m} + 0,15\text{ m}}{2} \times 0,12\text{ m}$$

$$A = 0,039\text{ m}^2$$

Para determinar el porcentaje, dividimos el área del trapecio para el área del tapiz y multiplicamos por 100 este cociente.

$$\frac{A_{\square}}{A} = \frac{0,039}{0,72} = 0,0542 \times 100 = 5,42\%$$



¿Sabías qué?

La manufactura de los tapices otavaleños es ancestral. En ellos se pueden observar figuras costumbristas del paisaje andino, claras muestras de la riqueza de nuestra cultura que viaja por muchos lugares del mundo.



Shutterstock, (2020). 194272517



Recuerda que...

Los polígonos pueden ser regulares o irregulares. Los regulares tienen sus ángulos y lados iguales.

Si los polígonos son regulares, para calcular su área usamos la fórmula

$$A = \frac{P \times ap}{2}, \text{ donde:}$$

P = perímetro del polígono;

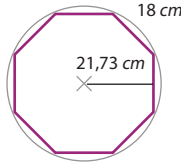
ap = apotema (recta perpendicular que va desde el centro de la circunferencia que inscribe al polígono hasta uno de sus lados).

Ejemplo 1

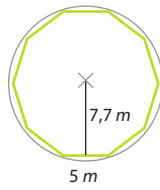
Calcular el área de los polígonos de las figuras.

Archivo Editorial, (2020).

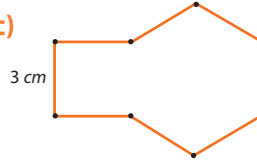
a)



b)



c)



Solución

- a) De acuerdo con el número de lados, se trata de un octágono. Por lo tanto, su perímetro será igual a:

$$P = 8l; P = 8(18 \text{ cm}); P = 144 \text{ cm}$$

Reemplazamos este resultado en la fórmula del área de un decágono. Su perímetro es:

$$A = \frac{P \times ap}{2}; A = \frac{144 \text{ m} \times 21,73 \text{ m}}{2}; A = 1564,56 \text{ cm}^2$$

- b) La figura muestra que se trata de un decágono.

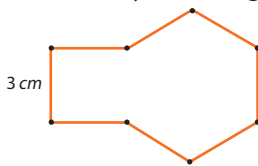
$$P = 10l; P = 10(5 \text{ m}); P = 50 \text{ m}$$

Reemplazando tenemos:

$$A = \frac{P \times ap}{2}; A = \frac{50 \text{ m} \times 7,7 \text{ m}}{2}; A = 192,5 \text{ m}^2$$

- c) Para calcular el área de este octágono irregular, es necesario descomponerlo en figuras conocidas. Si trazamos una línea vertical, obtenemos un cuadrado y un hexágono regular, cuyos lados miden 3 cm.

Archivo Editorial, (2020).

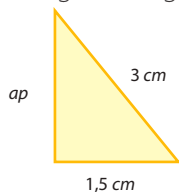


Calculamos

$$A_{\square} = l^2; A_{\square} = (3 \text{ cm})^2; A_{\square} = 9 \text{ cm}^2$$

Para calcular el área del hexágono, debemos calcular primero la apotema, tomando en cuenta que el radio de la circunferencia que inscribe a un hexágono es igual a su lado.

Archivo Editorial, (2020).



$$ap = \sqrt{(3 \text{ cm})^2 - (1,5)^2}; ap = 2,6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{P \times ap}{2}; A = \frac{6 \times 3 \text{ cm} \times 2,6 \text{ m}}{2}; A = 23,4 \text{ cm}^2$$

Finalmente, sumamos las dos áreas:

$$A_{\square} + A = 9 \text{ cm}^2 + 23,4 \text{ cm}^2; A_T = 32,4 \text{ cm}^2$$

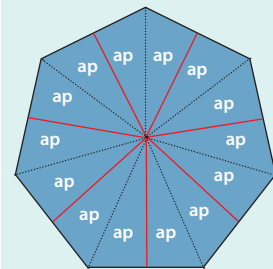
Recuerda que...

Los elementos de un polígono regular son:



Archivo Editorial, (2020).

Un polígono regular puede ser inscrito en una circunferencia y dividido en triángulos iguales.



Archivo Editorial, (2020).

Apotema = altura de cada triángulo.

Los tipos de polígonos por el número de lados son:

Número de lados	Nombre del polígono	Ejemplo
3	Triángulo	
4	Cuadrilátero	
5	Pentágono	
6	Hexágono	
7	Heptágono	
8	Octágono	
9	Eneágono	
10	Decágono	
11	Endecágono	
12	Dodecágono	

Archivo Editorial, (2020).

M.4.2.18. Calcular el área de polígonos regulares por descomposición en triángulos.

M.4.2.19. Aplicar la descomposición en triángulos en el cálculo de áreas de figuras geométricas compuestas.

5. Calcula el área de los hexágonos cuyos lados miden:

a) 40 cm



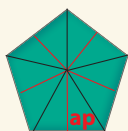
b) 3,6 m



6. Realiza las siguientes actividades:

a) **Calcula** el área de uno de los triángulos que conforman el polígono.

Archivo Editorial, (2020).

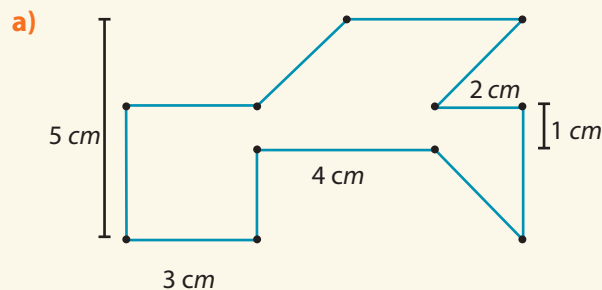


$L = 12 \text{ cm}$
 $ap = 8,26 \text{ cm}$

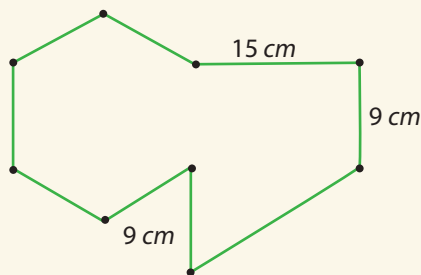
b) **Obtén** el área del polígono a través del área de los triángulos que lo conforman.

c) **Calcula** el área del polígono con la fórmula para polígonos regulares. Luego **compara** el resultado.

7. Determina el área de los polígonos irregulares.



b)



Archivo Editorial, (2020).

Archivo Editorial, (2020).

Trabajo colaborativo

8. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Desarrollen las actividades del ejercicio 5 para un dodecágono de lado 4 cm y apotema 7,46 cm.

Actividad indagatoria

9. Investiga cómo se inscriben los polígonos regulares en la circunferencia. **Haz** el trazo de uno de ellos en un cartel y **expón** en clase.

Área de prismas y pirámides, cilindros y conos

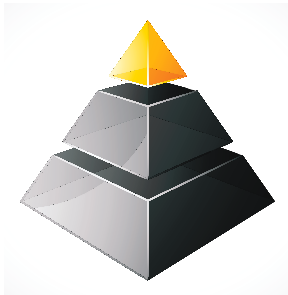


Saberes previos

¿Qué cuerpos geométricos se forman al hacer girar las figuras geométricas indicadas en los ejes de giro propuestos? **Dibújalos.**



Archivo Editorial, (2020).

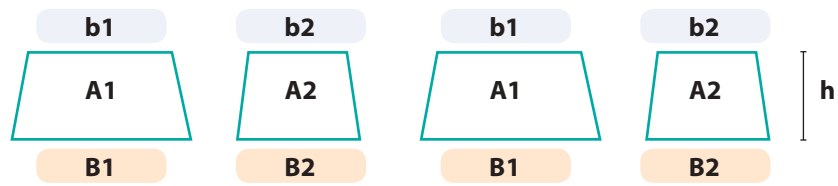


Pirámides truncadas.

¿Cómo se calcularía el área total de la parte inferior de la pirámide de la ilustración?

Para conocer el área total es necesario dibujarla. Debemos observar las figuras geométricas que forman la pirámide, calcular el área de cada una de ellas y sumarlas.

Las figuras geométricas que observamos son: cuatro trapezios de igual altura, con sus bases iguales de dos en dos;



dos bases rectangulares;



Archivo Editorial, (2020).

El área lateral total se calcula con la fórmula:

$$A_T = 2A_1 + 2A_2 + A_3 + A_4$$

$$A_T = 2 \frac{B_1 + b_1}{2} \cdot h + 2 \frac{B_2 + b_2}{2} \cdot h + B_1 \cdot b_1 + B_2 \cdot b_2 \quad \text{Reemplazamos datos.}$$

$$A_T = (B_1 + b_1) \cdot h + (B_2 + b_2) \cdot h + B_1 \cdot b_1 + B_2 \cdot b_2 \quad \text{Simplificando.}$$

Si las medidas son las siguientes; $B_1 = 8 \text{ cm}$; $b_1 = 5 \text{ cm}$; $B_2 = 3,2 \text{ cm}$; $b_2 = 2 \text{ cm}$; $h = 3 \text{ cm}$

Reemplazamos datos:

$$A_T = ((8+5) \times 3) + ((3,2+2) \times 3) + (8 \times 3,2) + (5 \times 2)$$

$$A_T = 90,2 \text{ cm}^2$$

El área total de prismas y pirámides se calcula sumando las áreas de las figuras geométricas que lo forman.

¿Sabías qué?

En Cochasquí existe un complejo de pirámides y tumbas, un verdadero tesoro arquitectónico prehispánico. Este nos permite encontrarnos con nuestra historia e identidad.

La estructura no es visible porque la vegetación la ha cubierto, sin embargo, se recrea su arquitectura que da clara muestra de 15 pirámides truncadas y cerca de 20 montículos funerarios.

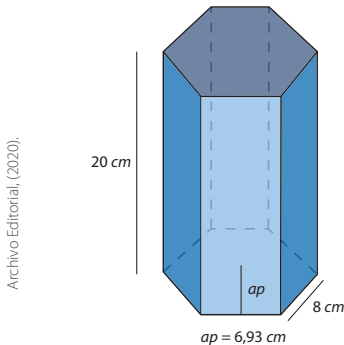


Shutterstock, (2020). 59569291

Shutterstock, (2020). 310446743

Ejemplo 1

Calcular el área total del prisma de la figura.



Solución

El prisma tiene 6 caras laterales rectangulares y dos bases hexagonales. Por lo tanto:

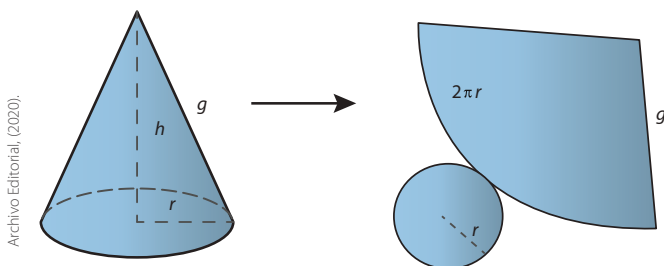
$$A_r = 6 \cdot 8 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} + 2 \cdot \frac{6 \cdot 8 \text{ cm} \cdot 6,93 \text{ cm}}{2}$$

$$A_r = 960 \text{ cm}^2 + 332,64 \text{ cm}^2$$

$$A_r = 1\,292,64 \text{ cm}^2$$

Ejemplo 2

Calcular el área lateral del cono de la figura.



Solución

El gráfico permite observar que el área lateral será igual a la suma del área de la base (que es un círculo) con la superficie lateral (que es un sector circular).

$$A_r = A_o + A_{\text{superficie lateral}}$$

El sector circular se calcula con la fórmula $S = \frac{LR}{2}$, donde L es la longitud del arco, el cual es igual al perímetro de la circunferencia, es decir, $2\pi r$. Por su parte, R es la generatriz.

$$\text{Reemplazando tenemos: } A_r = \pi r^2 + \frac{2\pi r g}{2}$$

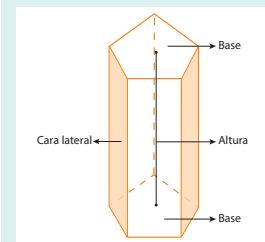
$$\text{Simplificando: } A_r = \pi r^2 + \pi r g$$

$$g, \text{ por el teorema de Pitágoras, se obtiene con: } g = \sqrt{h^2 + r^2}$$



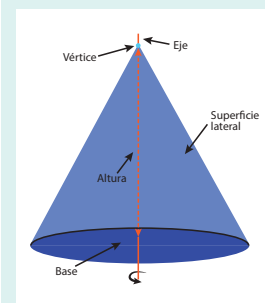
Recuerda que...

Un prisma es un cuerpo geométrico formado por dos caras planas poligonales, paralelas e iguales, que se llaman bases, y tantas caras rectangulares como lados tiene cada base.



Tanto los prismas como las pirámides toman el nombre de acuerdo con el polígono que es su base.

Los elementos de un cono son:



Conexiones

Matemática con la construcción

Existen en nuestro alrededor varios monumentos, edificios o construcciones en forma de sólidos geométricos. Para obtener su superficie exacta es necesario conocer sus fórmulas de solución.

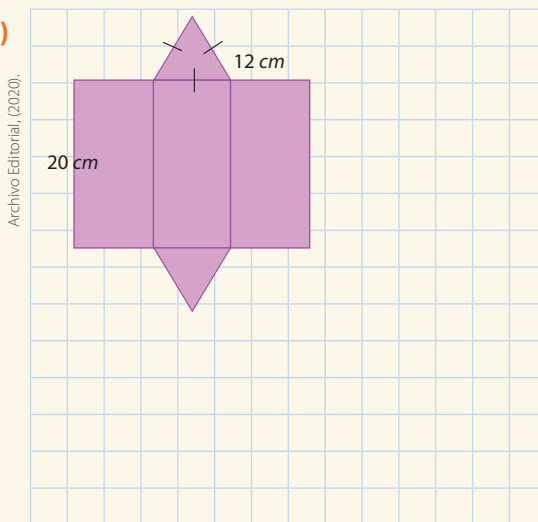
1. Responde.

a) ¿Por qué al cono y al cilindro se los llama cuerpos de revolución?

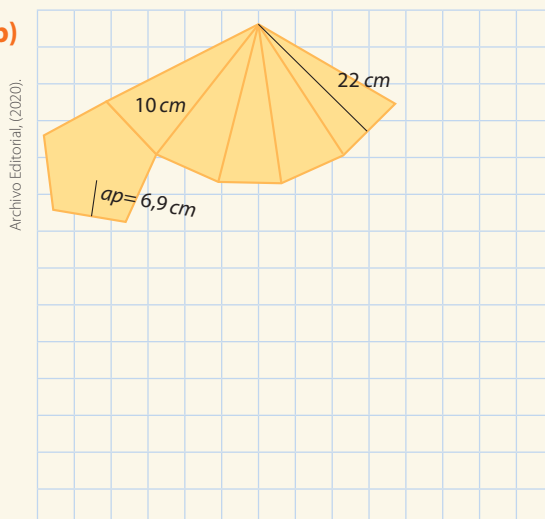
b) ¿Cuál es la diferencia entre una pirámide y un prisma?

2. Escribe el nombre del cuerpo geométrico que corresponde a cada desarrollo, y **calcula** el área total exacta.

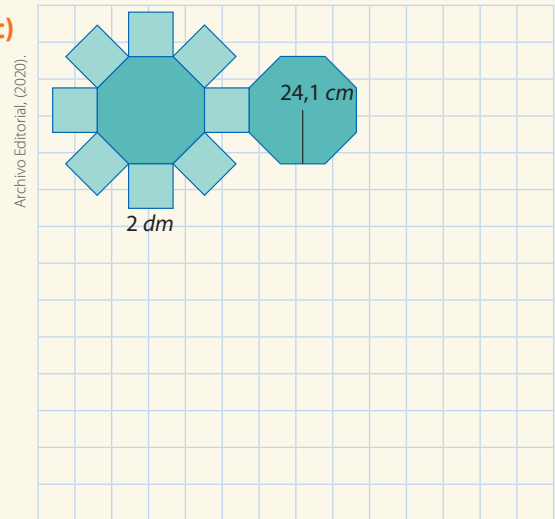
a)



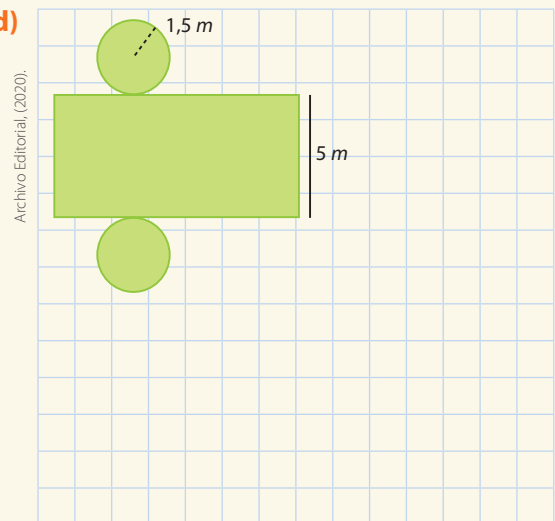
b)



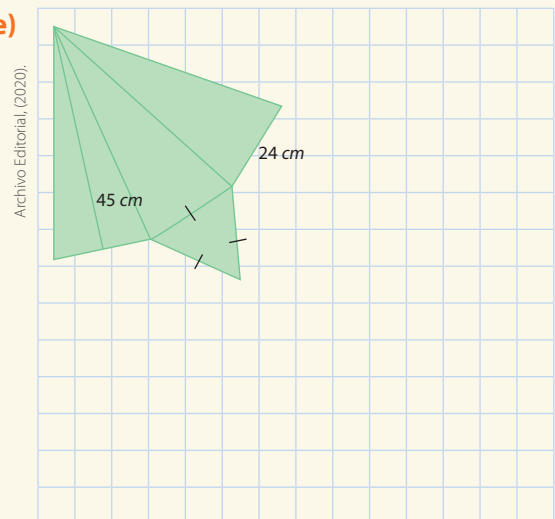
c)



d)



e)



M.4.2.20. Construir pirámides, prismas, conos y cilindros a partir de patrones en dos dimensiones (redes), para calcular el área lateral y total de estos cuerpos geométricos.

3. Resuelve y redondea los resultados.

a) Calcula el área de un cono de diámetro 4 cm y altura 17 cm .



b) Calcula la altura de las caras laterales de una pirámide cuadrangular cuya área lateral es 100 cm^2 . El perímetro de la base es 40 cm .



c) Determina el área de un cono cuya altura es igual al diámetro de la base y considerando que la longitud de la circunferencia de la base mide $10\pi\text{ m}$.



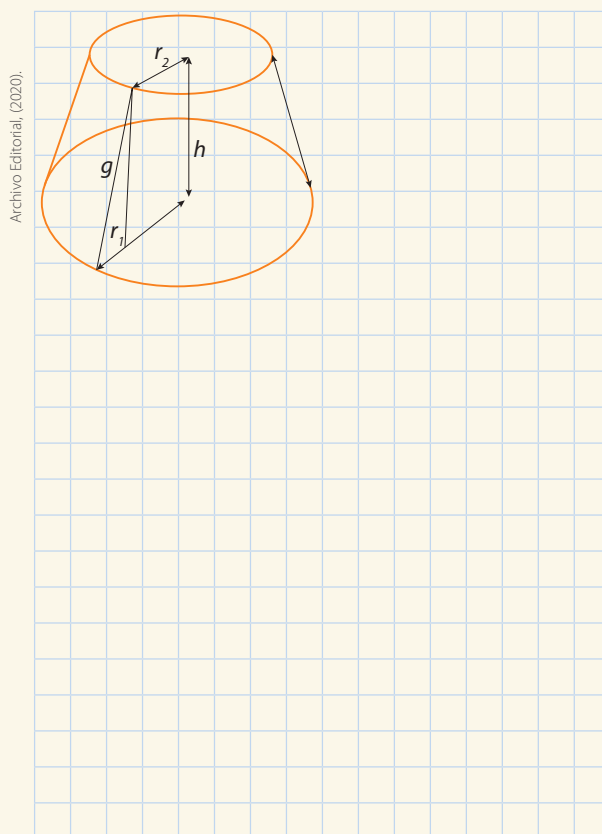
d) Calcula la altura de un cilindro de 4 m de diámetro y área total $24\pi\text{ m}^2$.



e) Obtén el área de la base de una pirámide hexagonal cuya área lateral es 648 cm^2 y altura 18 cm .



4. Calcula el área lateral del cono truncado de la figura si se sabe que dicha área se **calcula** con la fórmula $A_{\text{lateral}} = \pi(r_1 + r_2) \cdot g$ y que $r_1 = 30\text{ cm}$; $r_2 = 20\text{ cm}$ y $h = 40\text{ cm}$



Trabajo colaborativo

5. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Traigan una caja de forma prismática; **ábrala** de manera que obtengan el desarrollo del prisma; **retiren** las pestañas que hacían posible que se cierre la caja; **obtengan** las medidas necesarias para que **calculen** su área.

Actividad indagatoria

6. Investiga cómo construir pirámides, prismas, conos y cilindros. **Elabora** el desarrollo una de estas figuras y **explica** en clase cómo lo hiciste.

Resolver de atrás hacia adelante

Problema resuelto

Fabiana construye un prisma cuadrangular. Su docente le pide que construya otro de manera que el área lateral se aumente en un 20 %. Si las medidas de las caras laterales del nuevo prisma son base 10 cm y altura 24 cm y solo se modificó la altura, ¿cuál es la medida de la altura del primer prisma?

1. Comprender el problema

¿Cuál es la pregunta del problema?

¿Aumento que se produjo en el área lateral? 20 %

¿Base y altura del segundo prisma? 10 cm y 24 cm

¿Qué medida se cambió en el segundo prisma?

La altura

¿Qué se desea conocer?

La altura del primer prisma

2. Fijar una estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

Tomaremos los datos finales para calcular el área modificada. Sobre la base de ese valor que representará el 120 %, calcularemos el valor que representa el 100 %. Conocida el área del primer prisma, determinaremos la altura, tomando en cuenta que la base de las caras laterales no varió.

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

$$A_{lateral} = 4 \times (10 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}); A_{lateral} = 960 \text{ cm}^2$$

$$120 \% \quad \quad \quad 960 \text{ cm}^2$$

$$100 \% \quad \quad \quad x$$

$$x = \frac{100 \% \cdot 960 \text{ cm}^2}{120 \%} = 800 \text{ cm}^2$$

$$A_{\square} = 800 \text{ cm}^2 \div 4; A_{\square} = 200 \text{ cm}^2$$

$$A_{\square} = b \times h; 200 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm} \times h; h = \frac{200 \text{ cm}^2}{10 \text{ cm}}; h = 20 \text{ cm}$$

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

La altura del primer prisma es 20 cm.

Problema propuesto

Darío hace una modificación a una primera construcción de un prisma triangular, de manera que su área lateral se ve disminuida en un 40 %. Las medidas de las caras laterales del nuevo prisma son base 9 cm y altura 15 cm. Si solo modificó la base, ¿cuál es la medida de la base de su primera construcción?

1. Comprender el problema

¿Cuál es la pregunta del problema?

¿Disminución en el área lateral? _____

¿Base y altura del segundo prisma?

¿Qué medida se cambió en el segundo prisma?

¿Qué se desea conocer?

2. Fijar una estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

4. Responder

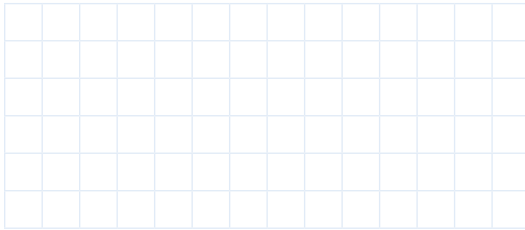
¿Llegaste a la solución del problema?

1. Flor construye un prisma cuadrangular, cuya área lateral es de 500 cm^2 y su área total mide $1\ 100 \text{ cm}^2$. Si el área de cada base aumenta en 25% , ¿cuál será la medida del lado de la base?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



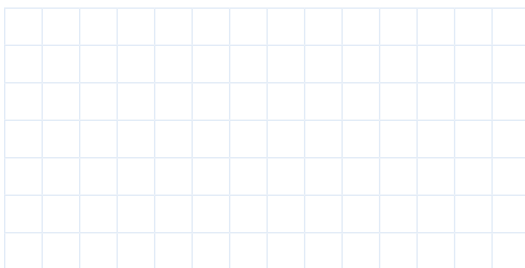
d) Responder

3. Benjamín construye un prisma pentagonal que tiene de área total $5\ 380 \text{ cm}^2$. Si el área de sus bases mide $1\ 380 \text{ cm}^2$ y su altura mide 40 cm , ¿cuál será su nueva área, si se disminuye su altura en 10% ?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



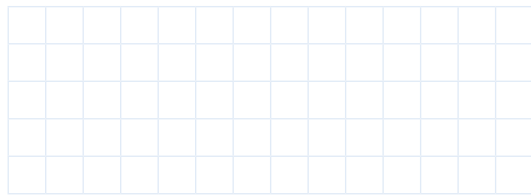
d) Responder

2. Galo tiene una caja de forma de un prisma rectangular, cuya área total es de $4\ 920 \text{ cm}^2$, si las medidas de la base son 45 cm y 20 cm . Y la altura mide 24 cm pero tuvo un incremento del 20% en su altura anterior, ¿cuánto medía el área de la caja anterior.

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



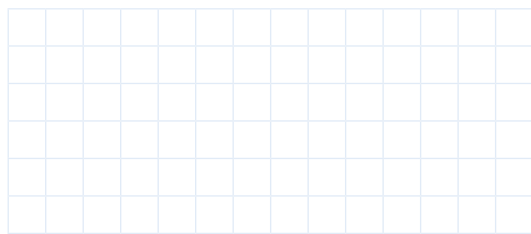
d) Responder

4. El terreno de Ximena mide 45 m de largo y 25 m de ancho. Si su hermana le cede parte del terreno y sus medidas aumentan en 15% por lado, ¿en cuántos metros cuadrados se incrementa el área de su terreno?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



d) Responder

La geometría en las vías



Shutterstock, (2020). 552735334



Shutterstock, (2020). 399269998

Justificación / problemática

El tránsito es un fenómeno que consiste en pasar de un lugar a otro usando vías o parajes públicos.

En las ciudades es muy común observar el tránsito vehicular y peatonal. Para un buen funcionamiento de estos, las autoridades locales y mundiales fijan reglas que se ven apoyadas con normativas de señalización.

Uno de estos instrumentos de señalización son los conos. Resulta muy común observar los conos de tráfico vehicular que se utilizan para informar la suspensión temporal del tránsito en una determinada zona, para seguridad de quienes transitan por ahí, ya sea porque se están haciendo obras de construcción o porque sucedió un accidente.

Pero no solo hay conos de tránsito vehicular. También los hay de carácter deportivo, muy utilizados en las clases de Cultura Física o en entrenamientos.

Objetivo

Utilizar conocimientos de cuerpos geométricos en situaciones de la vida diaria.

Recursos

- Cartulinas de colores
- Tijeras
- Compás
- Goma
- Juego geométrico

Actividades

- **Investiga** sobre la descripción de los conos de señalización que incluya su forma, medidas y usos.
- **Elabora** un cartel con los conos de señalización de tránsito vehicular.
- **Construye** con cartulina los conos de señalización deportiva y **calcula** sus áreas totales.



Evaluación

1. **Expongan** sus trabajos haciendo hincapié en la descripción de cada cono, y promoviendo el respeto que como ciudadanos y estudiantes debemos tener al momento de observarlos.

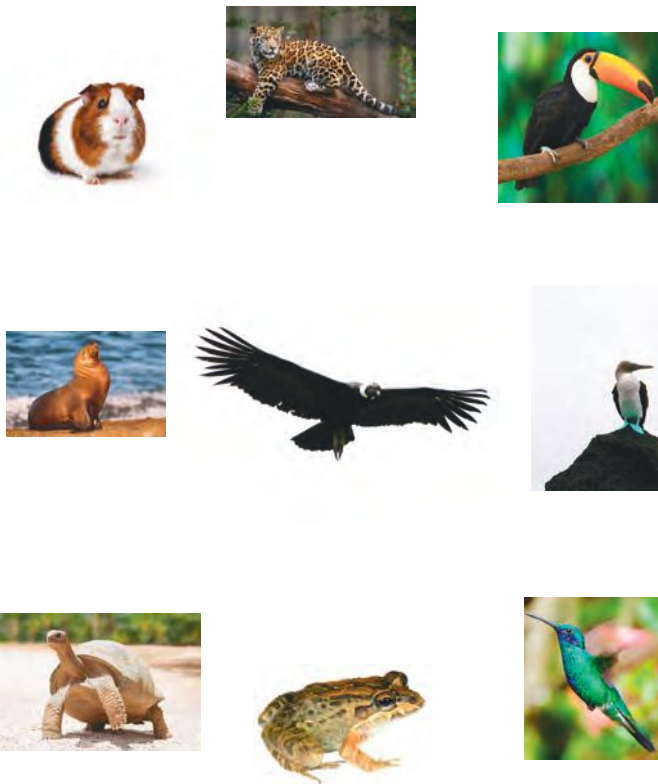
Pensamiento lógico

Une los dieciséis platanales con un mismo trazo (sin levantar el lápiz ni repetir el mismo trazo), usando seis líneas rectas.



Shutterstock, (2020). 273750656

Dibuja dos cuadrados de manera que cada animal quede en una región individual.



Shutterstock, (2020). 23408880 / 96136382 / 106165847 / 106799924 / 136714430 / 141263962 / 398502073 / 497412232 / 588895340



Cálculo mental

Multiplicar por 99

Multiplica la cantidad por 100 y **resta** el multiplicando.

$$5 \times 99 = 5 \times 100 = 500 - 5 = 495$$

$$36 \times 99 = 36 \times 100 = 3600 - 36 = 3564$$

Ahora hazlo tú

$$7 \times 99 = \boxed{}$$

$$17 \times 99 = \boxed{}$$

$$4 \times 99 = \boxed{}$$

$$34 \times 99 = \boxed{}$$

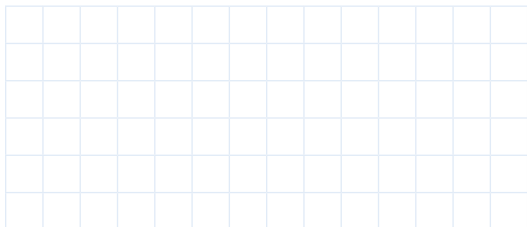
$$2 \times 99 = \boxed{}$$

$$49 \times 99 = \boxed{}$$

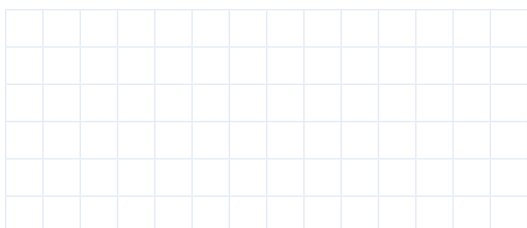
$$6 \times 99 = \boxed{}$$

$$76 \times 99 = \boxed{}$$

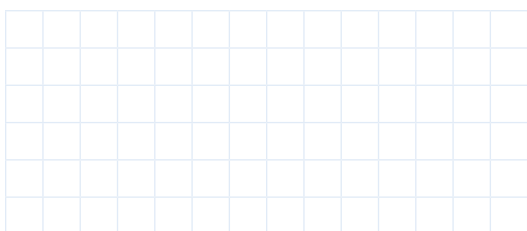
b) $\frac{2}{5\sqrt{x}}$



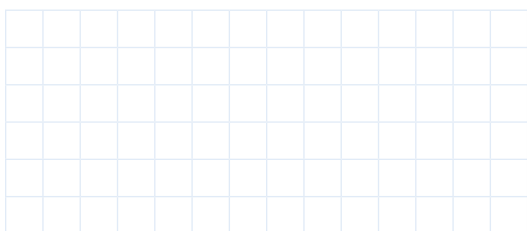
c) $\sqrt{\frac{\sqrt{100} + \sqrt{36}}{\sqrt{196} - \sqrt{169}}}$



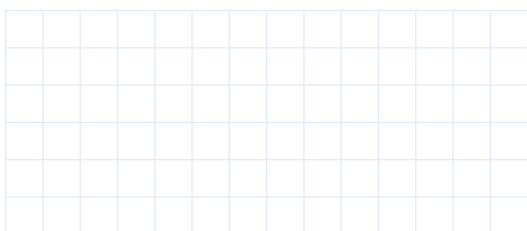
d) $\frac{2}{3 + \sqrt{3}} =$



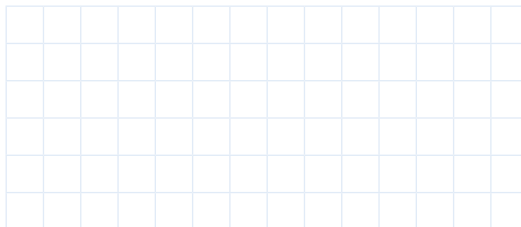
e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} =$



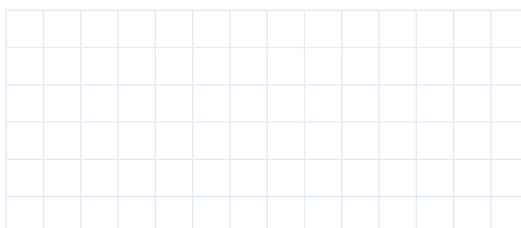
f) $(-5x)(\sqrt{2y})(2z) =$



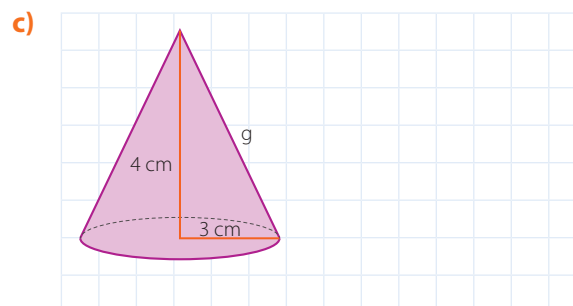
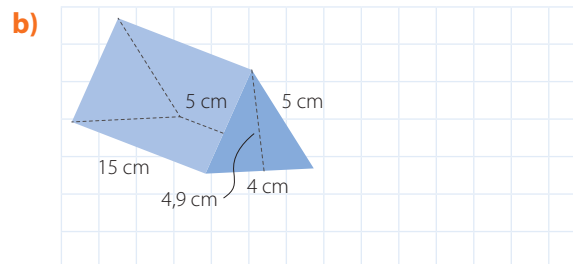
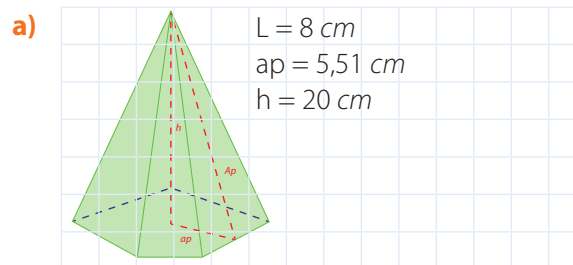
g) $\frac{7}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} =$



h) $\frac{2}{3 - \sqrt{7}} =$



8. Calcula el área de cada sólido geométrico.



Compruebo mis aprendizajes

Evaluación sumativa

M.4.1.34. Aplicar las potencias de números reales con exponentes enteros para la notación científica.

1. **Relaciona** las columnas, luego **selecciona** la respuesta correcta.

- 1) $\left(-\frac{2}{7}\right)^4 \div \left(-\frac{2}{7}\right)^2$ a) 1
- 2) $\left(-\frac{2}{7}\right)^6 \div \left(-\frac{2}{7}\right)^{12}$ b) $-\frac{7}{2}$
- 3) $\left\{\left[\left(-\frac{2}{7}\right)^6\right]^0\right\}^{-4}$ c) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$
- 4) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-1}$ d) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-6}$

- a) 1c, 2d, 3b, 4a
 b) 1c, 2d, 3a, 4b
 c) 1d, 2c, 3a, 4b
 d) 1d, 2c, 3b, 4a

M.4.1.34. Aplicar las potencias de números reales con exponentes enteros para la notación científica.

2. El valor de X que hace posible la igualdad.

$$\sqrt[5]{7^x} = 7^3$$

- a) 10 b) 5 c) 3 d) 15

3. Al simplificar la expresión $\left(\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{98}} \div \sqrt{\frac{64}{64}}\right)^{-1}$, se obtiene:

- a) $\frac{7}{40}$ b) $\frac{40}{7}$ c) $\frac{7\sqrt{2}}{40}$ d) $\frac{19}{14}$

4. **Selecciona** el grupo de radicales que son equivalentes.

- a) $10\sqrt{2^6}, \sqrt{2^3}, \sqrt[5]{2^{18}}$
 b) $\sqrt{2^6}, \sqrt{2^3}, \sqrt{2^{12}}$
 c) $10\sqrt{2^6}, \sqrt[5]{2^3}, \sqrt[20]{2^{12}}$
 e) $3\sqrt{2^6}, \sqrt{2^6}, -4\sqrt{2^6}$

5. Al transformar $2\sqrt[3]{2^2}$ a potencia, se obtiene:

- a) $2^{\frac{5}{3}}$ b) $2^{\frac{2}{3}}$ c) $2^{\frac{3}{5}}$ d) $2^{\frac{3}{2}}$

6. Al resolver el polinomio aritmético

$$\left\{\sqrt{(11^2+5^2)+73} \div \left(-0,25+\frac{1}{3}\right)\right\}^{-2}, \text{ se obtiene:}$$

- a) $-\frac{1}{24}$ b) $\frac{1}{288}$ c) -288 d) -24

M.4.1.36. Reescribir expresiones numéricas o algebraicas con raíces en el denominador utilizando propiedades en R (racionalización).

7. **Relaciona** cada expresión con su factor racionalizante. Luego, **selecciona** la respuesta correcta.

- 1) $\frac{6}{\sqrt[5]{4}}$ a) $\sqrt[5]{4^2}$
 2) $\frac{6}{\sqrt[5]{4^2}}$ b) $\sqrt[5]{4^4}$
 3) $\frac{6}{\sqrt[5]{4^3}}$ c) $\sqrt[5]{4}$
 4) $\frac{6}{2\sqrt[5]{4^4}}$ d) $\sqrt[5]{4^3}$

- a) 1c, 2a, 3d, 4b
 b) 1a, 2c, 3d, 4b
 c) 1b, 2d, 3c, 4a
 d) 1b, 2d, 3a, 4c

8. Al racionalizar $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$, se obtiene:

- a) $\sqrt{3}-\sqrt{5}$ c) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$
 b) $-\sqrt{3}-\sqrt{5}$ d) $-\sqrt{3}+\sqrt{5}$

M.4.1.25. Reescribir polinomios de grado 2 con la multiplicación de polinomios de grado 1.

9. **Analicen** y **respondan** en parejas. El polinomio que corresponde a la representación es:



- a) $2x^2 - x + 3$ c) $x^2 - 2x + 3$
 b) $-2x^2 + x + 3$ d) $-x^2 + 2x - 3$

M.4.1.23. Definir y reconocer polinomios de grados 1 y 2.

10. **Identifica** las afirmaciones verdaderas. Luego, **selecciona** la respuesta correcta.

- 1) El doble de un número más el triple de otro se representa por $2x+3y$.
 - 2) La raíz cuadrada de un número más su cuadrado se representa con $\sqrt{x+x^2}$.
 - 3) El cociente entre dos números, elevado al cuadrado, se representa con $\left(\frac{x}{y}\right)^3$.
 - 4) El producto del doble de un número con otro se representa con $\frac{2x}{y}$.
- a) 2 y 3
b) 1 y 2
c) 2 y 4
d) 1 y 3

11. **Analiza** el siguiente polinomio $3x^2+2xy-4y^2$. Luego, **completa** las frases.

- a) Se trata de una expresión racional _____.
- b) Por el número de términos es un _____.
- c) Su grado absoluto es _____.
- d) Su grado relativo con respecto a y es _____.

e) Está ordenado con respecto a la letra x en forma _____.

12. El valor numérico del polinomio

$$-2x^5+4x^3-\frac{2}{3}z^2+2 \text{ para } x=-1 \text{ y para } z=-3 \text{ es:}$$

- a) -2 b) -6 c) 2 d) 11

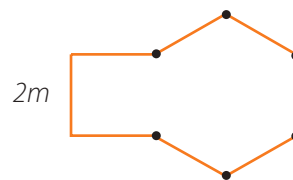
M.4.2.20. Construir pirámides, prismas, conos y cilindros a partir de patrones en dos dimensiones (redes), para calcular el área lateral y total de estos cuerpos geométricos.

13. El área lateral de un cono de altura 14 cm y radio 4 cm es:

- a) $8\pi\sqrt{53}$ b) $\pi\sqrt{53}$ c) $8\sqrt{53}$ d) $4\pi\sqrt{53}$

Coevaluación

14. El área del polígono irregular de la figura es:



- a) $4+12\sqrt{3}$
b) $6\sqrt{3}$
c) $4+6\sqrt{3}$
d) 4

Autoevaluación

15. **Pinta** según la clave.

Puedo ayudar a otros

Resuelvo por mí mismo

Necesito ayuda

Estoy en proceso

Contenidos		
Aplico propiedades de la potenciación y radicación.		
Identifico tipos de radicales y los transformo en potencias.		
Racionalizo expresiones numéricas.		
Resuelvo polinomios y aplico propiedades de solución.		
Encuentro áreas de polígonos regulares e irregulares.		

Metacognición

- ¿Realizaste las preguntas necesarias a tu docente para aclarar dudas?
- ¿Participaste activamente en los trabajos colaborativos?
- ¿En qué situaciones reales has utilizado estos conocimientos?

Para tus ejercicios

