

unidad 1

Nutrición y alimentación saludable

La salud y buen funcionamiento de nuestro organismo dependen de la nutrición y alimentación que tengamos durante la vida.

La alimentación nos permite tomar los alimentos del entorno. La nutrición, por su parte, es el conjunto de procesos que permiten que nuestro organismo utilice los nutrientes que contienen los alimentos para realizar sus funciones.

Existen alimentos que, para conservarse por más tiempo, pueden mantenerse en refrigeración, a temperaturas bajo cero.



Preguntas generadoras

- ¿Qué números expresan temperaturas bajo cero?
- ¿Qué clase de alimentos necesitan refrigeración?
- ¿Qué prácticas realizas diariamente para tener una alimentación balanceada?



Álgebra y funciones

- Números enteros

- Valor absoluto
- Recta numérica
- Números opuestos
- Orden

- Números enteros (operaciones)

- Adición
- Sustracción
- Multiplicación
- División
- Operaciones combinadas

Estadística y probabilidad

- Población
- Muestra
- Variables

Objetivos:

O.M.4.1. Reconocer las relaciones existentes entre los conjuntos de números enteros, racionales, irracionales y reales; ordenar estos números y operar con ellos para lograr una mejor comprensión de procesos algebraicos y de las funciones (discretas y continuas); y fomentar el pensamiento lógico y creativo.

O.M.4.2. Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva; las cuatro operaciones básicas; y la potenciación y radicación para la simplificación de polinomios, a través de la resolución de problemas.

O.M.4.4. Aplicar las operaciones básicas, la radicación y la potenciación en la resolución de problemas con números enteros, para desarrollar el pensamiento lógico y crítico.

O.M.4.7. Representar, analizar e interpretar datos estadísticos y situaciones probabilísticas con el uso de las TIC, para conocer y comprender mejor el entorno social y económico, con pensamiento crítico y reflexivo.

Tema 1

Conjunto de números enteros



Shutterstock, (2020). 657387067

Al momento de resolver un problema, apunta los datos esenciales.



Desequilibrio cognitivo

¿Cómo escribes los números para diferenciar la altura de una montaña y la profundidad en la que se encuentra un submarino respecto al nivel del mar?

Martha revisa la tabla del peso ideal de cuatro pacientes, para tomar medidas preventivas en su nutrición. ¿Qué recomendaciones les puede dar a sus pacientes?

Paciente	Peso real (kg)	Peso recomendado (kg)	Observaciones (kilogramos que faltan o sobran)
Rosa	62	60	+2
Daniel	67	69	-2
Julia	58	58	0
Pedro	62	59	+3



Recuerda que...

Para representar el conjunto de los números enteros, utilizamos la letra \mathbb{Z} .



¿Sabías qué?

Cuando un número entero positivo y un número entero negativo están a la misma distancia del cero, se los denomina **números opuestos**.

Si el paciente tiene más peso que el recomendado, lo representa con +2 y +3.

Si el paciente tiene menos peso que el recomendado, lo representa con -2.

Si el paciente está en el peso recomendado, lo representa con el 0 (este no es negativo ni positivo).

El conjunto de números enteros positivos con el conjunto de números enteros negativos y el cero forman el conjunto de los números enteros.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^- \quad \mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Ubicación en la semirrecta numérica

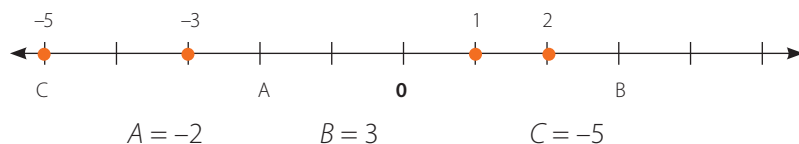
Para representar números enteros, se utiliza la recta numérica. En ella se colocan los números de forma ordenada, de la siguiente manera: a la derecha del cero, los números enteros positivos; a la izquierda del cero, los números enteros negativos.



Ejemplo 1

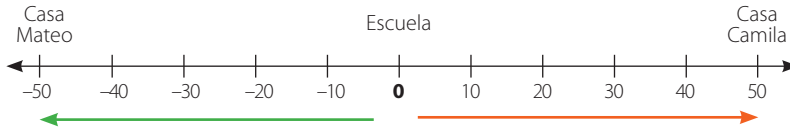
- Ubicar los siguientes números en la recta numérica: -5, 2, -3, 1.
- Colocar los números que corresponden a cada letra señalada.

Solución



Valor absoluto y orden de números enteros

Camila y Mateo caminan diariamente a su escuela. Ambos viven a 50 m de la escuela, pero en sentido contrario. ¿Cuántos metros de distancia existen entre la casa de Camila y la de Mateo?



Como la distancia a la que viven Mateo y Camila con respecto a la escuela es de 50 m, entonces: $50\text{ m} + 50\text{ m} = 100\text{ m}$. Esta es la distancia que los separa.

Valor absoluto

El valor absoluto de un número es la distancia que existe entre el número y el cero en una recta numérica. Para representar el valor absoluto de un número, se utilizan barras verticales.

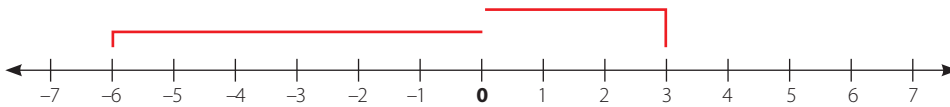
$$|a| = a \text{ si } a \geq 0 \text{ y } |a| = -a \text{ si } a < 0.$$

Ejemplo 2

Encontrar el valor absoluto de los siguientes números: $-6, 3$.

Solución

Primero ubicamos los números en la recta numérica.



Determinamos la distancia de cada número respecto a cero; luego definimos el valor absoluto.

$$|-6| = 6 \quad |3| = 3$$

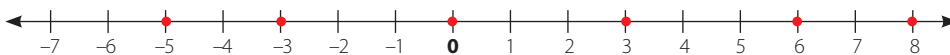
Relación de orden de números enteros

Para comparar números enteros es necesario ubicarlos en la recta numérica y observar la posición de cada uno. El número que está a la derecha del otro es el mayor.

Ejemplo 3

Ordenar en forma ascendente los siguientes números: $-3, 8, -5, 6, 0, 3$.

Solución



$$-5 < -3 < 0 < 3 < 6 < 8$$



DFA

Cuando una persona tiene dificultades o problemas de motricidad, es importante tener en cuenta que los desplazamientos y ritmos no siempre se ajustarán a los de los demás.



Recuerda que...

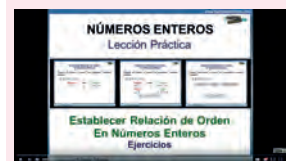
Para escribir enteros positivos, no es necesario escribir el signo + antes del número.



Enlace web

Si quieres profundizar el tema de relación de orden con números enteros, te recomiendo el siguiente enlace web:

bit.ly/2MB799Z



Me refuerzo

Ingresa al siguiente enlace e **imprime** las páginas 3 y 4 para repasar el tema de números enteros.

bit.ly/2YCiFZg

1. **Completa** la siguiente tabla con el número correspondiente.

Situación	Número entero
Estoy a 200 m bajo el nivel del mar.	
Luis depositó \$ 450.	
Carlos retiró \$ 35 dólares de la cuenta.	
El ascensor está en el subsuelo 3.	
El avión ascendió 2 000 m.	

2. **Escribe** el número entero asociado a cada situación.

- a) La temperatura ambiente es de 7 °C bajo cero.

- b) Quito está a 2 800 m sobre el nivel del mar.

- c) Pedro tiene ahorrado \$ 300.

- d) Arquímedes nació en el año 287 a. C.

- e) Ana está en el quinto piso del edificio.

- f) La buceadora se encuentra a 45 m de profundidad.

3. **Identifica** los elementos y **escribe** en el conjunto correspondiente.

-23, 34, -67, 12, 17, -100, 56, 89, -80, 75, -9, -12

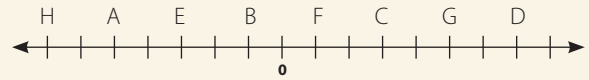
$$\mathbb{Z}^+ = \{ \text{ } \}$$

$$\mathbb{Z}^- = \{ \text{ } \}$$

4. **Escribe** el número que corresponde en cada caso.

- a) ¿Qué número se encuentra tres unidades a la izquierda de -5? _____
- b) ¿Qué número se encuentra dos unidades a la derecha de -1? _____

5. **Escribe** los números que se encuentran en la recta numérica.



A = B = C = D =

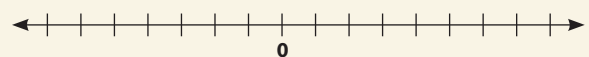
E = F = G = H =

6. **Escribe** (V) verdadero o (F) falso según corresponda.

- a) Cualquier número positivo es mayor que un número negativo. ()
- b) Entre dos números positivos es menor el que tiene mayor valor absoluto. ()
- c) El cero es mayor que cualquier número positivo. ()
- d) El cero es mayor que cualquier número negativo. ()

7. **Ubica** en la recta numérica las letras de los números solicitados.

A = 5 B = 2 C = -3
D = -1 E = 6 F = -6



8. **Responde** las siguientes preguntas.

- a) ¿Qué números enteros tienen como valor absoluto 209?

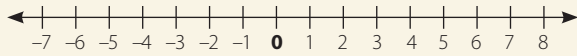
- b) ¿Qué número entero es mayor que -6 y menor que -4?

9. **Escribe** cuatro números enteros que estén entre:

- a) -5 y 9 _____
- b) -15 y -3 _____
- c) -10 y 0 _____

M.4.1.1. Reconocer los elementos del conjunto de números enteros \mathbb{Z} , ejemplificando situaciones reales en las que se utilizan los números enteros negativos. **M.4.1.2.** Establecer relaciones de orden en un conjunto de números enteros, utilizando la recta numérica y la simbología matemática ($=, <, \leq, >, \geq$).

10. Observa la recta numérica y **responde**.



- a) ¿Cuántos números enteros se encuentran entre el 4 y -4 ?

- b) ¿Cuántos números enteros se encuentran entre el 0 y -7 ?

- c) ¿Cuántos números enteros se encuentran entre el 0 y -1 ?

11. Compara los pares de números y **escribe** los signos $<$ o $>$ según corresponda.

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $+8$ <input type="text"/> -8 | g) -5 <input type="text"/> -2 |
| b) $+8$ <input type="text"/> -9 | h) $+6$ <input type="text"/> $+8$ |
| c) -2 <input type="text"/> $+8$ | i) -5 <input type="text"/> $+3$ |
| d) 0 <input type="text"/> $+7$ | j) $+9$ <input type="text"/> -2 |
| e) -5 <input type="text"/> -1 | k) $+30$ <input type="text"/> -21 |
| f) -17 <input type="text"/> -59 | l) -23 <input type="text"/> $+70$ |

12. Ordena en forma ascendente los números.

- a) $4, -6, 9, 0, -8, 23, -50, 12, -12$

- b) $17, -34, -15, 9, 5, 23, 12, -5, 20$

- c) $37, -4, -45, -9, -5, 3, -2, -15, 0$

Trabajo colaborativo

13. Trabajen en equipo y **resuelvan**.

Escriban en tarjetas 10 números positivos y 10 negativos. Cada participante **escoge** al azar cuatro números y los **ubica** en una recta numérica.

14. Escribe el número que se encuentra antes y después de cada número dado.

Antes	Número	Después
	7	
	-8	
	12	
	0	

15. Halla el valor absoluto de cada número.

$|-5| =$ $|+7| =$ $|-20| =$

$-|-2| =$ $|-|-3|| =$ $-|-|-15|| =$

16. Escribe los números enteros que tengan por valor absoluto cada uno de los siguientes números:

- | | | |
|--------|----------------------|----------------------|
| a) 9 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| b) 15 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| c) 10 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| d) 235 | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

17. Escribe los cuatro siguientes términos de cada sucesión.

- a) $-10, -5, 0, 5, 10, 15,$ _____
- b) $-20, -17, -14, -11, -8, -5,$ _____
- c) $25, 20, 15, 10, 5, 0,$ _____
- d) $6, -1, -8, -15, -22, -29,$ _____

Actividad indagatoria

18. Investiga las fechas de nacimiento de los siguientes personajes: Euclides, Pitágoras, Aspasia de Mileto, Hiparquía de Maronea, Galileo Galilei, Pablo Neruda, Gabriela Mistral, Aristóteles, René Descartes, Isaac Newton. **Elabora** una línea de tiempo en una recta numérica y **representa** los años de nacimiento de cada uno.

Te recomiendo el siguiente enlace web bit.ly/2OENclg



¿Sabías qué?

El ser humano creó otro conjunto, el de los números negativos, los cuales se conocían antiguamente como "números deudos" o "números absurdos".

Fuente: <http://www.aprende-matematicas.com/enteros/HISTORIA.html>



Saberes previos

¿Qué distancia existe entre -7 y 4 ?

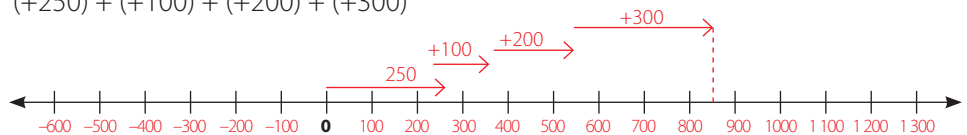


Adición con números de signos iguales

Luisa tiene \$ 250 en su cuenta de ahorros. Si deposita \$ 100 el lunes, \$ 200 el martes y le acreditan un dinero de \$ 300 el miércoles, ¿cuánto dinero tiene en su cuenta hasta ese día?

Para saber cuánto dinero tiene Luisa, suma las cantidades; todas estas representan números enteros positivos.

$$(+250) + (+100) + (+200) + (+300)$$

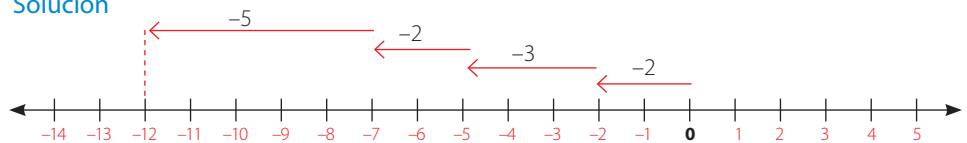


$$250 + 100 + 200 + 300 = 850$$

Ejemplo 1

Sumar $(-2) + (-3) + (-2) + (-5)$

Solución



$$-2 - 3 - 2 - 5 = -12$$

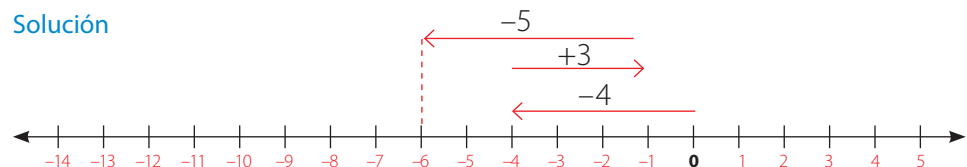
Para sumar números enteros de igual signo, se suman sus valores absolutos y el signo del resultado es el mismo que el de los sumandos.

Adición con signos diferentes

Ejemplo 2

Efectuar la siguiente adición: $-4 + (+3) + (-5)$

Solución



$$-4 + 3 - 5 = -6$$

Para sumar números enteros de signos diferentes, se restan sus valores absolutos y se conserva el signo del número que tiene mayor valor absoluto.



Glosario

absurdo. Que es contrario a la lógica o a la razón.

Opuesto aditivo de un número entero

Dos números enteros son opuestos si su suma es cero.

El opuesto aditivo de un número entero es otro número entero con el mismo valor absoluto, pero con distinto signo.

Ejemplo 3 Resolver las siguientes adiciones:

a) $(+2) + (-2) =$

b) $(+8) + (-8) =$

c) $(+12) + (-12) =$

Solución

a) $2 - 2 = 0$

b) $8 - 8 = 0$

c) $12 - 12 = 0$

Todas las adiciones dan como resultados cero. Se puede observar que dos números son opuestos sí tienen el mismo valor absoluto.

Opuesto del opuesto

El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.

Ejemplo 4 Hallar el opuesto del opuesto de -8 .

Solución

Primero se halla el opuesto de $-[-(-8)]$.

$-(-8) = +8$. Después se obtiene el opuesto de este: $-(+8) = -8$ $-[-(-8)] = -8$

Propiedades de la adición

Al igual que en la adición de números naturales, en la adición de números enteros se cumplen las siguientes propiedades:

Nombre	Propiedad	Símbolos	Ejemplos
Conmutativa	El orden de los sumandos no altera el resultado.	$\forall a, b \in \mathbb{Z};$ $a + b = b + a$	$(-7) + (+4) = (+4) + (-7)$
Asociativa	Si se agrupan tres o más sumandos de distintas formas, su resultado no cambia.	$\forall a, b, c \in \mathbb{Z};$ $(a + b) + c = a + (b + c)$	$[(+4) + (-2)] + (-3) = (+4) + [(-2) + (-3)]$
Clausurativa	La suma de dos números enteros es un número entero.	$\forall a, b \in \mathbb{Z};$ $a + b = c \quad c \in \mathbb{Z}$	$(-5) + (+4) = -1$
Del elemento neutro	La suma de un número entero, con cero, da como resultado el mismo número entero.	$\forall a \in \mathbb{Z}, 0 \in \mathbb{Z};$ $a + 0 = 0 + a = a$	$(-2) + 0 = 0 + (-2) = -2$
Del opuesto aditivo	La suma de un número con su opuesto es igual a cero.	$\forall a \in \mathbb{Z}, (-a) \in \mathbb{Z};$ $a + (-a) = 0$	$(+3) + (-3) = 3 - 3 = 0$



Glosario

elemento neutro.

Número que, operado con cualquier otro, no altera el resultado.

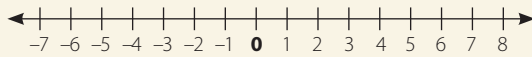
Simbología matemática

\forall : para todo

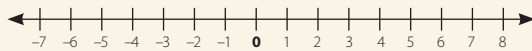
\in : pertenece a, o es elemento de

1. Resuelve las adiciones utilizando la recta numérica.

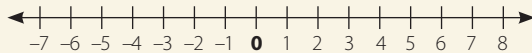
a) $+3 + (-4) =$



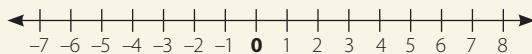
b) $-5 + (-2) =$



c) $-4 + (4) =$



d) $-6 + (+11) =$



2. Resuelve las siguientes operaciones.

a) $+5 + (+5) =$ m) $-1 + (+7) =$

b) $-4 + (-4) =$ n) $0 + (+3) =$

c) $-3 + (-3) =$ o) $-16 + (+5) =$

d) $+2 + (+7) =$ p) $-7 + 0 =$

e) $+1 + (+8) =$ q) $-4 + (+13) =$

f) $-8 + (-9) =$ r) $-17 + (+8) =$

g) $+8 + (+12) =$ s) $-20 + (+3) =$

h) $-6 + (-12) =$ t) $6 + (-21) =$

i) $+7 + (+10) =$ u) $-5 + (+2) =$

j) $-5 + (-10) =$ v) $9 + (-2) =$

k) $+9 + (-15) =$ w) $-5 + (+2) =$

l) $+15 + (-15) =$ x) $-8 + (-2) =$

3. Completa las adiciones con el término que falta.

a) $+2 +$ $= +29$ f) $-7 +$ $= 33$

b) $+ (+81) = +75$ g) $+ (-13) = -17$

c) $-8 +$ $= -57$ h) $-17 +$ $= -38$

d) $+4 +$ $= +14$ i) $+ (+32) = +27$

e) $+ (+25) = +13$ j) $-6 +$ $= -20$

4. Escribe (V) verdadero o (F) falso en cada caso.

a) La suma de un número y su opuesto da como resultado cero. ()

b) De la suma de dos números enteros positivos siempre se obtiene un entero positivo. ()

c) De la suma de dos números enteros negativos siempre se obtiene un entero positivo. ()

d) De la suma de un entero positivo y un negativo se obtiene un entero negativo. ()

5. Completa la siguiente tabla.

Operación	$a+b+c$	$b+c$	$a+c$	$a+b$
$a=-4, b=-7, c=8$				
$a=5, b=-2, c=4$				
$a=-8, b=-3, c=9$				
$a=6, b=-9, c=12$				

6. Une con flechas las operaciones equivalentes.

$-6 + (-4) + (-3) + 9$

$8 + 0$

$(-8 + 9) + 7$

$(-4 - 2) + 5 + 7$

$(-6) + 7 + 5$

$(7 - 8) + 9$

$0 + 8$

$-3 + (-6) + 9 + (-4)$

M.4.1.3. Operar en \mathbb{Z} (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación.

M.4.1.4. Deducir y aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en operaciones numéricas.

7. Colorea lo que se solicita en cada caso.

- a) Las tarjetas cuyos sumandos den como resultado -56 .

<input type="text" value="-67"/>	<input type="text" value="+9"/>	<input type="text" value="-72"/>
<input type="text" value="-20"/>	<input type="text" value="+16"/>	<input type="text" value="-24"/>

- b) Las tarjetas cuyos sumandos den como resultado -89 .

<input type="text" value="-57"/>	<input type="text" value="+99"/>	<input type="text" value="-120"/>
<input type="text" value="-10"/>	<input type="text" value="+41"/>	<input type="text" value="-32"/>

8. Encierra las operaciones que están incorrectas.

$+8 + (-18) = +10$	$-12 + (+8) = -4$
$-7 + (+10) = +3$	$-8 + (-20) = -12$
$-15 + (-8) = -7$	$-2 + (-18) = -20$

9. Escribe el opuesto de cada número.

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| a) 45 <input type="text"/> | d) -13 <input type="text"/> |
| b) -7 <input type="text"/> | e) -2 <input type="text"/> |
| c) 21 <input type="text"/> | f) 20 <input type="text"/> |

10. Completa los espacios en blanco.

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a) $+6 + \square = 0$ | d) $-7 + \square = 0$ |
| b) $\square + (+9) = 0$ | e) $\square + (+3) = 0$ |
| c) $-18 + (+18) = \square$ | f) $+19 + (-19) = \square$ |

Trabajo colaborativo

11. Resuelvan en parejas la siguiente situación y **representenla** en la recta numérica.

Luis tenía \$ 45, ganó \$ 15 en un juego y luego gastó \$ 8 en comida. ¿Cuánto dinero tiene ahora Luis?

12. Aplica las propiedades solicitadas.

Conmutativa

$$-6 + (-5) + (+4) + (-2) = \square$$

Asociativa

$$-7 + (-8) + (+5) + (-4) = \square$$

Clausurativa

$$-10 + (-2) + (+3) + (-15) = \square$$

Del elemento neutro

$$(-2) + 0 = \square \quad 0 + (-5) = \square$$

$$8 + 0 = \square \quad 0 + (-17) = \square$$

Del opuesto aditivo

$$-10 + \square = 0$$

$$- \square + (15) = 0$$

13. Resuelve las siguientes situaciones.

- a) Un submarino inicialmente está a $-83 m$ con respecto al nivel del mar. Luego, cambia su posición y asciende hasta llegar a una profundidad de $-15 m$. ¿Cuántos metros recorrió para llegar hasta la nueva profundidad?

- b) Fabián tiene en su cuenta \$ 780 y realiza los siguientes movimientos:

Retira \$ 220 y \$ 310.

Deposita \$ 800 y \$ 250.

¿Cuánto dinero tiene Fabián en su cuenta?

Actividad indagatoria

14. Averigua cuál es el número que tiene como valor absoluto 9 y es menor que -2 .

15. Indaga una aplicación de los números enteros en la vida cotidiana.

Sustracción de números enteros y operaciones combinadas



Desequilibrio cognitivo

¿Crees que se puede aplicar la propiedad conmutativa en la resta con números enteros?

Un alimento se congeló a $-16\text{ }^{\circ}\text{C}$ y otro se congeló a $-12\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuántos grados de diferencia en la congelación existe entre los dos alimentos?

Para conocer la diferencia de grados de congelación entre los dos alimentos, se realiza una sustracción.

$$(-16) - (-12)$$

La sustracción se puede expresar como la adición del minuendo con el opuesto del sustraendo.

El opuesto de -12 es 12 .

Entonces, $(-16) - (-12) = -16 + 12 = -4$.

La diferencia de grados de congelación entre los dos alimentos es de $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$.

La sustracción de dos números enteros equivale a la adición del minuendo con el opuesto del sustraendo, es decir, si a y b son números enteros, entonces, $a - b = a + (-b)$.



El congelamiento de materiales puede registrarse en números negativos.



Recuerda que...

Los términos de la sustracción son: minuendo (m), sustraendo (n) y diferencia (d).

Si $m - n = d$,

entonces $d + n = m$.

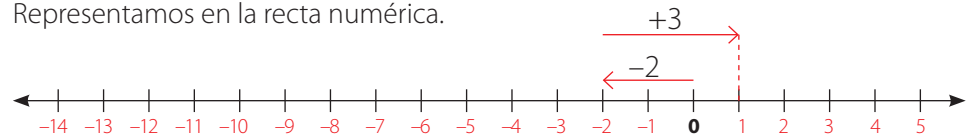
La sustracción con números enteros no cumple con la propiedad conmutativa ni asociativa.

Ejemplo 1

Resolver la siguiente sustracción $(-2) - (-3) =$

Solución

Representamos en la recta numérica.



$$-2 + 3 = +1$$

Ejemplo 2

Juan debe en la tienda \$ 50 y paga \$ 30. ¿Cuánto dinero debe ahora?

Solución

Planteamos la sustracción así:

$$\underbrace{-50}_{\text{Debe}} - \underbrace{(-30)}_{\text{paga}} = -50 + \underbrace{(+30)}_{\text{adición del opuesto}} = -50 + 30 = -20$$

Ahora debe \$20.

Ejemplo 3

Encuentra la diferencia.

a) $+5 - 9 = -4$;

b) $-12 - (-12) = 0$;

c) $20 - (+8) = 12$

Operaciones combinadas

En el ascensor de un edificio de 5 pisos, se registró el número de personas que subieron y bajaron en cada uno de los pisos. ¿Cuántos pasajeros llegaron al quinto piso?

Piso	Personas que suben	Personas que bajan
Primer piso	+10	0
Segundo piso	+2	-3
Tercer piso	0	-8
Cuarto piso	+4	-4
Quinto piso	+3	-2

Para conocer cuántos pasajeros llegaron al quinto piso, se plantea la siguiente operación:

$$(+10) + (+2) + (-3) + (-8) + (+4) + (-4) + (+3) + (-2)$$

Adicionamos los números con signo positivo y se conserva el signo:

$$10 + 2 + 4 + 3 = +19$$

Adicionamos los números con signo negativo y se conserva el signo:

$$(-3) + (-8) + (-4) + (-2) = -17$$

Se sustraen los valores absolutos de los números (el mayor del menor) y se escribe en el resultado el signo del número que tenga mayor valor absoluto:

$$+19 - 17 = +2$$

Operaciones con signos de agrupación

En una operación combinada de adición y sustracción sin signos de agrupación, se empieza a operar de izquierda a derecha, según aparecen las operaciones. Si una operación de adición y sustracción incluye signos de agrupación, como paréntesis (), corchetes [] o llaves { }, se resuelven primero las operaciones internas de los signos de agrupación, es decir, de adentro hacia afuera.

Ejemplo 4

$$-10 - [7 + 11 - (6 - 4)] + \{4 - [4 + (8 - 10)]\} + 3 - (8 - 3)$$

Solución

$$\text{Resolver primero los paréntesis. } -10 - [7 + 11 - (2)] + \{4 - [4 + (-2)]\} + 3 - (5)$$

$$\text{Resolver las operaciones dentro de los corchetes. } -10 - [16] + \{4 - [2]\} + 3 - (5)$$

$$\text{Resolver las operaciones que están dentro de las llaves. } -10 - (16) + (2) + 3 - (5)$$

$$\text{Resolver las adiciones y sustracciones de izquierda a derecha. } -10 - 16 + 2 + 3 - 5 = -26$$



¿Cuántas personas quedaron en el ascensor?

Shutterstock, (2020). 217350661



¿Sabías qué?

En la mayoría de sistemas numéricos antiguos no existía el cero. Se cree que los hindúes fueron quienes lo utilizaron por primera vez por el año 650 d. C.



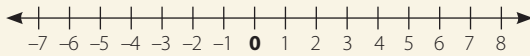
Me refuerzo

Ingrese al siguiente enlace web, bit.ly/2ZtShhb

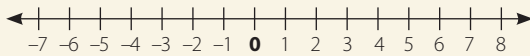
Imprime las páginas 6, 7 y 8 para reforzar tu aprendizaje.

1. **Resuelve** las sustracciones utilizando la recta numérica.

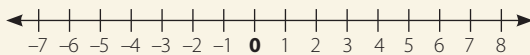
a) $+8 - (3) =$



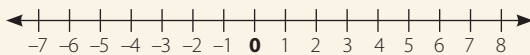
b) $-2 - (-2) =$



c) $-5 - (-6) =$



d) $8 - (10) =$



2. **Plantea** la sustracción y **resuelve**.

a) De 48 sustrae 20.

b) De 4 sustrae 19.

c) De -28 sustrae 40.

d) De -52 sustrae -30.

e) Sustrae -6 de 75.

f) Sustrae -5 de -25.

3. **Resuelve** las siguientes operaciones.

a) $+8 - (+8) =$ i) $-8 - (+6) =$

b) $-7 - (-2) =$ j) $9 - (+2) =$

c) $-9 - (-7) =$ k) $-12 - (+8) =$

d) $+3 - (+9) =$ l) $-6 - 0 =$

e) $+2 - (+2) =$ m) $-3 - (+8) =$

f) $-9 - (-5) =$ n) $-20 - (+12) =$

g) $+6 - (+10) =$ o) $-8 - (+4) =$

h) $-4 - (-11) =$ p) $12 - (-20) =$

4. **Cambia** cada resta por una suma equivalente y **halla** el resultado. **Observa** el ejemplo.

a) $+6 - (-3) =$ $+6 + (-3) = +9$

b) $+9 - (-5) =$

c) $-4 - (+2) =$

d) $-9 - (+6) =$

e) $+10 - (-5) =$

f) $-10 - (+8) =$

5. **Escribe** el signo correcto en cada ejercicio.

a) $+8 - (+12) =$ e) $-12 - (-18) =$

b) $+20 - (+6) =$ f) $-9 - (-2) =$

c) $+14 - (-3) =$ g) $-2 - (+4) =$

d) $+8 - (-24) =$ h) $-8 - (+12) =$

6. **Escribe** (V) verdadero o (F) falso en cada caso.

a) La diferencia de un número y su opuesto da como resultado cero. ()

b) De la diferencia de dos números enteros positivos siempre se obtiene un entero positivo. ()

c) La diferencia de -7 y 24 es igual a 17. ()

M.4.1.3. Operar en \mathbb{Z} (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación.

7. Completa la siguiente tabla.

a	b	c	a + b - c	a - b + c	a - b - c
5	-7	9			
-6	2	-10			
-3	-6	-12			
2	6	8			
-7	-4	5			

8. Resuelve las siguientes situaciones.

a) En cierto momento, la temperatura de la ciudad es de $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si disminuye $2\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿cuál es la temperatura final?

b) En una sustracción de dos números enteros, uno de ellos es $+12$, y la diferencia es -4 . ¿Cuál es el otro número?

c) En una sustracción de dos números enteros, uno de ellos es -2 , y la diferencia es 8 . ¿Cuál es el otro número?

d) Si $a - b = c$, entonces $a = ?$

Trabajo colaborativo

9. Trabajen en parejas y **resuelvan**.

Cada integrante **elaborará** tres ejercicios que tengan operaciones combinadas.

Intercambien los ejercicios y **resuévalos** en sus cuadernos.

10. Resuelve las siguientes operaciones.

a) $-12 + 26 - 8 + 15 + 23 - 20 - 25 + 10 =$

b) $-5 + (-6) - (-5) + (-9) - (+7) + (-10) + 7 - 12 =$

c) $[-6 + (4 + 2) - (-9)] - [(-4) - (+7 - 5) + (-12)] + 7 - 15 =$

d) $4 + \{[-7 + (3 + 2) - (-2)] + [(-3) - (+8 - 8) + (-10)]\} + 10 - 3 =$

Actividad indagatoria

11. Investiga cuáles son las alturas de cinco nevados de nuestro país y **plantea** cuatro sustracciones para encontrar la diferencia de las alturas entre ellos.

Indaga dos formas diferentes de resolver este ejercicio.

$$3 + \{4 - 8 - [5 - (-8 + 2 - 7 + 5) - 6] + (-9 - 7) + 8\} =$$

Tema 4

Multiplicación de números enteros



¿Sabías qué?

Hay diferentes formas de representar una multiplicación:

$$a \times b$$

$$a \cdot b$$

$$ab$$



Shutterstock, (2020), 369962027

Ahorro de dinero.



Recuerda que...

Ley de signos

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}$$

$$(+a)(+b) = +ab$$

$$(-a)(-b) = +ab$$

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}$$

$$(+a)(-b) = -ab$$

$$(-a)(+b) = -ab$$

- Si la multiplicación tiene un número par de factores negativos, el producto es positivo.
- Si la multiplicación tiene un número impar de factores negativos, el producto es negativo.



Saberes previos

Resuelve las siguientes operaciones.

a) $4 + 4 + 4 + 4 + 4 =$

b) $(-5) + (-5) + (-5) + (-5) =$

Multiplicación de dos números enteros positivos

Lorena ahorra semanalmente \$ 45 dólares. ¿Cuánto ahorrará en cuatro semanas?

Ahorra \$ 45	4 semanas	
+45	+4	Lorena ahorró \$ 180. El ahorro se representa como +180.
$(+45) \times (+4) = +180$		

Multiplicación de un entero negativo y un positivo

Lorena gasta \$ 60 dólares semanales. ¿Cuánto gastará en cuatro semanas?

Gasta \$ 60	4 semanas	
-60	+4	Lorena gastó \$ 240. El gasto se representa como -240.
$(-60) \times (+4) = -240$		

Multiplicación de un entero positivo y un negativo

Lorena ahorra \$ 45 dólares semanales. ¿Cuánto dinero tenía hace cuatro semanas en comparación de lo que tiene ahora?

Ahorra \$ 45	Hace 4 semanas	
+45	-4	Lorena tenía hace 4 semanas \$ -180 de lo que tiene ahora.
$(+45) \times (-4) = -180$		

Multiplicación de dos números enteros negativos

Lorena gasta \$ 60 dólares semanales. ¿Cuánto dinero de más tenía hace cuatro semanas, en comparación de lo que tiene ahora?

Gasta \$ 60	Hace 4 semanas	
-60	-4	Lorena tenía hace 4 semanas \$ +240 más de lo que tiene ahora.
$(-60) \times (-4) = +240$		

Para multiplicar dos números enteros, se multiplican sus valores absolutos. Si los números tienen igual signo, el resultado es positivo; si tienen signos diferentes, el resultado es negativo.

Ejemplo 1

a) $(+2)(-3)(-5) = +30$

b) $(+5)(-3)(-2)(-2) = -60$

Propiedades de la multiplicación

Propiedad	Enunciado	Expresión algebraica	Ejemplo
Clausurativa	Al multiplicar dos números enteros, se obtiene como resultado otro número entero.	$\forall a, b \in \mathbb{Z}; a \times b = c; \quad c \in \mathbb{Z}$	$(-3) \times (+4) = -12$
Conmutativa	El orden de los factores no altera el producto.	$\forall a, b \in \mathbb{Z}; a \times b = b \times a$	$(-3) \times (4) = (4) \times (-3) = -12$
Asociativa	Al agrupar de diferente forma los factores en una multiplicación, el producto no se altera.	$\forall a, b, c \in \mathbb{Z};$ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$	$[(+4) \times (-2)] \times (-3) = (+4) \times [(-2) \times (-3)] = +24$
Elemento neutro	La multiplicación de un número entero con 1 da como producto el mismo número entero. 1 es el elemento neutro.	$\forall a \in \mathbb{Z}, 1 \in \mathbb{Z};$ $a \times 1 = 1 \times a = a$	$(-2) \times 1 = 1 \times (-2) = -2$
Elemento absorbente	Todo número entero multiplicado por 0 da como resultado 0.	$\forall a \in \mathbb{Z}, 0 \notin \mathbb{Z};$ $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	$(-2) \times 0 = 0 \times (-2) = 0$
Las operaciones de multiplicación y división se relacionan mediante la propiedad distributiva.			
Distributiva	Un número entero multiplicado por una adición o sustracción es igual a la suma o resta de los productos del número por cada elemento.	$\forall a, b, c \in \mathbb{Z};$ $a(b \pm c) = a \times b \pm a \times c$	$-2(3 + 4) = -6 + (-8) =$ $-6 - 8 = -14$

Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 2

Completar la siguiente expresión y escribir la propiedad que cumple.

$$(\quad \times -3) + (\quad \times 5) = 6 \times (-3 + \quad) = 12$$

Solución

$$(6 \times -3) + (6 \times 5) = 6 \times (-3 + 5) = 12 \quad \text{Se está aplicando la propiedad distributiva.}$$

Ejemplo 3

Aplicar la propiedad asociativa de dos maneras diferentes.

$$-3 \times 7 \times (-5) \times (-4) =$$

Solución

$$(-3 \times 7) \times [(-5) \times (-4)] = -21 \times 20 = -420 \quad ; \quad -3 \times [7 \times (-5)] \times (-4) = -3 \times (-35) \times (-4) = -420$$

Ejemplo 4

Resolver la operación aplicando dos propiedades. $-5 \times 7 \times (-2) =$

Solución

$$\text{Asociativa } (-5 \times 7) \times (-2) = -35 \times (-2) = 70 \quad -5 \times (7 \times (-2)) = -5 \times (-14) = 70$$

$$\text{Conmutativa } (-2) \times (-5) \times 7 = 70 \quad (-2) \times 7 \times (-5) = 70$$



DFA

Cuando hay dificultades en la expresión oral, es importante buscar métodos alternativos de comunicación.

1. **Escribe** el signo que debe tener el producto de cada ejercicio.

- a) $-6 \times (-5) = \square$ f) $-4 \times (6) = \square$
 b) $-5 \times (-3) = \square$ g) $11 \times (2) = \square$
 c) $5 \times (-7) = \square$ h) $9 \times (5) = \square$
 d) $2 \times (-9) = \square$ i) $-14 \times (8) = \square$
 e) $-5 \times (8) = \square$ j) $2 \times (-5) = \square$

2. **Escribe** el producto de cada ejercicio.

- a) $-4 \times (-4) = \square$ f) $-8 \times (7) = \square$
 b) $-6 \times (-8) = \square$ g) $11 \times (8) = \square$
 c) $9 \times (-5) = \square$ h) $10 \times (4) = \square$
 d) $3 \times (-7) = \square$ i) $-12 \times (9) = \square$
 e) $-2 \times (9) = \square$ j) $4 \times (-9) = \square$

3. **Escribe** el factor que completa el producto.

- a) $-10 \times (\square) = -90$ f) $\square \times (17) = -51$
 b) $-4 \times (\square) = 28$ g) $15 \times (\square) = -75$
 c) $\square \times (-4) = -48$ h) $12 \times (\square) = -96$
 d) $7 \times (-12) = \square$ i) $\square \times (-3) = 69$
 e) $-4 \times (\square) = -100$ j) $-7 \times (\square) = 63$

4. **Resuelve** las siguientes situaciones.

- a) ¿Qué número multiplicado por -6 es igual a -60 ?
- b) ¿Qué número multiplicado por -8 da como resultado 72 ?
- c) ¿Qué número multiplicado por 11 da -55 ?

5. **Resuelve** los siguientes ejercicios.

- a) $(-6)(5)(-3)(-8) = \square$
 b) $(-8)(8)(9) = \square$
 c) $(-6)(-5)(6)(-2)(4) = \square$
 d) $(-5)(2)(-3)(-4) = \square$
 e) $(8)(10)(-6) = \square$
 f) $(9)(-6)(5)(-4)(0) = \square$
 g) $(-2)(9)(8)(-4) = \square$
 h) $-9(3)(5) = \square$
 i) $(8)(5)(2)(-9)(-4) = \square$
 j) $(3)(-8)(2)(-3) = \square$

6. **Completa** la tabla.

x	-8	-9	6	20
4				
-7				
11				
-3				
15				
12				
-8				
10				

M.4.1.3. Operar en \mathbb{Z} (adición, sustracción, multiplicación) de forma numérica, aplicando el orden de operación.

M.4.1.4. Deducir y aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en operaciones numéricas.

7. Responde y justifica las respuestas.

a) ¿Cuál es el signo del producto de siete enteros negativos?

b) ¿Por qué número debe multiplicarse un número entero para obtener su opuesto?

c) ¿Por qué número se multiplica -9 para obtener 81 ?

8. Resuelve la siguiente situación.

Luis toma el refrigerio en su trabajo por 5 días en la semana. Cada refrigerio cuesta \$ 3.

Si en un mes toma el refrigerio por 4 semanas seguidas:

a) ¿Cuánto le descuentan cada mes a Luis?

b) Al cabo de un año, ¿cuál es el valor del descuento de Luis por concepto de refrigerio?

9. Escribe la propiedad que cumple cada ejercicio.

a) $9 \cdot 7 = 7 \cdot 9$

b) $(2 \cdot 12) \cdot (-6) = 2 \cdot (12 \cdot (-6))$

c) $(7 + 2) \cdot (-5) = 7 \cdot (-5) + 2 \cdot (-5)$

Trabajo colaborativo

10. Trabajen en pareja y resuelvan.

Elaboren un cartel con el proceso que se debe realizar para encontrar productos con números enteros. **Escriban** ejemplos de los diferentes casos para aplicar la ley de signos.

11. Resuelve y aplica en cada ejercicio la propiedad solicitada.

Propiedad conmutativa

a) $(6)(-5)(3)(-2) =$

Propiedad asociativa

b) $(3)(-4)(5)(7) =$

Propiedad distributiva

c) $(-5)[-5 + 6] =$

12. Reemplaza los valores y resuelve.

$a = -7, b = 5, c = -8$

a) $c(a + b) =$

b) $b(c - a) =$

Actividad indagatoria

13. Averigua qué proceso se aplica para multiplicar fracciones y números con expresión decimal con signos negativos y positivos. **Escribe** una conclusión y **practica**. Te recomiendo usar el siguiente enlace web:

bit.ly/2MzR9oL

División exacta de números enteros y operaciones combinadas



Shutterstock, (2020). 523950889

Avión en vuelo.



Matemática y profesiones

En la meteorología se utiliza la división de números enteros para identificar los cambios de temperatura y conocer cuántos grados ha bajado o subido por minuto.

Por ejemplo, si la temperatura baja de 0°C a -28°C en 7 minutos, se puede determinar que en cada minuto bajó 4°C .

$$-28 \div 7 = -4^\circ\text{C}$$



Metereólogo.

Shutterstock, (2020). 732447763

Simbología matemática

\Leftrightarrow : si y solo si

\vee : o



Desequilibrio cognitivo

¿Qué números, cuyo cociente sea entero, pueden tener como divisor a 8?

Enciéralos.

300

-32

76

-53

-78

98

Un avión asciende 32 000 pies en 400 segundos. ¿Cuántos pies asciende en cada segundo?

Para conocer cuántos pies asciende por segundo, se realiza una división.

$$32\,000 \div 400 = 80$$

El avión asciende 80 pies cada segundo.

En la división se denomina dividendo el número que se va a dividir. El número por el cual se divide se llama divisor. El resultado de esto se llama cociente. Una división es exacta cuando su residuo es cero.

Para dividir dos números enteros, se dividen sus valores absolutos. Si los números tienen igual signo, el resultado es positivo; si tienen signos diferentes, el resultado es negativo.

Si a y $0 \in \mathbb{Z}$, expresiones como $a \div 0$ no están definidas.

Para resolver divisiones exactas con números enteros se debe tomar en cuenta la ley de signos.

El cociente de la división entre dos enteros de igual signo es positivo.

$$(-27) \div (-9) = 3$$

$$(-) \div (-) = (+)$$

$$81 \div 9 = 9$$

$$(+) \div (+) = (+)$$

El cociente de la división entre dos enteros de diferente signo es negativo.

$$(-42) \div 7 = -6$$

$$(-) \div (+) = (-)$$

$$120 \div (-10) = -12$$

$$(+) \div (-) = (-)$$

Propiedades básicas de los números enteros

Para todo $x, y \in \mathbb{Z}$ se cumplen las siguientes propiedades:

- a) Todo número entero multiplicado por cero da como resultado cero.

$$0 \cdot x = 0$$

Ejemplo $0 \cdot (-8) = 0$

- b) Un número entero negativo por un número entero positivo se puede expresar de varias formas. Así:

$$(-x)y = x(-y) = -(xy)$$

Ejemplo $(-3)(5) = (3)(-5) = -(3)(5) = -15$

- c) El producto de dos números enteros negativos es un entero positivo y se puede expresar así:

$$(-x)(-y) = xy$$

Ejemplo $(-4)(-5) = 20$

- d) Si el producto de dos números enteros es cero, si y solo si x o y son cero.

$$xy = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad y = 0$$

Operaciones combinadas sin signos de agrupación

Para este tipo de operaciones se identifica la jerarquía de solución, y se resuelven primero divisiones y multiplicaciones, luego, sumas y restas de izquierda a derecha.

Primero identificamos multiplicaciones y divisiones.

$$-5 + \underbrace{56 \div (-7)} + 8 - 6 - \underbrace{72 \div (-9)} + 3 - \underbrace{6 \times 2} + 7$$

Resolvemos multiplicaciones y divisiones, aplicando ley de signos.

$$-5 - 8 + 8 - 6 + 8 + 3 - 12 + 7$$

Resolvemos sumas y restas de izquierda a derecha.

$$-31 + 26 = -5$$

Ejemplo 1

Resolver la siguiente operación combinada.

$$-14 \times 2 + 25 \div 5 - 2(-4) + 5 =$$

Solución

$$-28 + 5 + 8 + 5 = -10$$

Operaciones combinadas con signos de agrupación

Para efectuar operaciones combinadas, se resuelve en orden jerárquico desde adentro hacia afuera. Primero se resuelve lo que está dentro de los paréntesis; luego, lo que queda dentro de los corchetes; y finalmente, lo que queda dentro de las llaves.

$$15 \div (-3) + 7(-5) + \{3 + 4[8 - (-1 + 4) + 16 \div (-7 + 3)]\}$$

Resolver las operaciones de los paréntesis de adentro hacia afuera.

$$15 \div (-3) + 7(-5) + \{3 + 4[8 - (+3) + 16 \div (-4)]\}$$

Resolver la división que está dentro del corchete y suprimir el paréntesis.

$$15 \div (-3) + 7(-5) + \{3 + 4[8 - 3 - 4]\}$$

Resolver la operación dentro de los corchetes.

$$15 \div (-3) + 7(-5) + \{3 + 4[+1]\}$$

Resolver la operación dentro de las llaves.

$$15 \div (-3) + 7(-5) + \{3 + 4\} = 15 \div (-3) + 7(-5) + \{7\}$$

Resolver multiplicaciones y divisiones.

$$-5 - 35 + 7 =$$

Resolver sumas y restas de izquierda a derecha. $-40 + 7 = -33$



¿Sabías qué?

Los signos de agrupación más utilizados en las operaciones combinadas son:

() paréntesis

[] corchetes

{ } llaves

Además existe otro signo de agrupación, llamado vínculo.

$$\overline{-3-5+7} =$$

$$-3 + 2 = -1$$



Me refuerzo

Ingresa al siguiente enlace web:
bit.ly/2KaYucK

Imprime la página 7 y **refuerza** tu conocimiento.



DFA

Cuando una persona tiene dificultades o problemas de motricidad, es importante tener en cuenta que los desplazamientos y ritmos no siempre se ajustarán a los de los demás.

1. Escribe el signo que debe tener cada cociente.

- a) $-56 \div (-8) =$ 7
- b) $-81 \div (-9) =$ 9
- c) $-35 \div (5) =$ 7
- d) $54 \div (9) =$ 6
- e) $-25 \div (-5) =$ 5

2. Resuelve las siguientes operaciones.

- a) $-24 \div (-4) =$
- b) $-36 \div (-4) =$
- c) $40 \div (-5) =$
- d) $30 \div (-6) =$
- e) $-27 \div (9) =$
- f) $-18 \div (3) =$
- g) $121 \div (11) =$
- h) $120 \div (10) =$
- i) $-72 \times (8) =$
- j) $35 \times (-7) =$

3. Resuelve lo solicitado.

a) El opuesto de $(27 \div 9) + (-7 \times 8)$ es:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

b) El opuesto de $(42 \div (-7)) - (-5 \times 4)$.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Completa la tabla.

\div	-2	-5	-10	-15	-30
30					
60					
-90					
-120					
180					

5. Encuentra la respuesta en cada caso.

- a) $[-35 \times (2)] \div (5) =$
- b) $[-30 \times (-6)] \div (3) =$
- c) $[40 \times (4)] \div (-20) =$
- d) $[12 \times (-8)] \div (-3) =$
- e) $[-8 \times (2)] \div (4) =$
- f) $[-30 \times (2)] \div (4) =$
- g) $[-8 \times (-5)] \div (-20) =$
- h) $[-7 \times (9) \times 2] \div (-6) =$
- i) $[-12 \times (-4)] \div (6) =$
- j) $[8 \times (-8) \times (-8)] \div (-16) =$

6. Lee atentamente y responde.

a) En una división exacta, el dividendo es 120 y el cociente -15. ¿Cuál es el divisor?

b) En una división exacta, el dividendo es -220 y el divisor -11. ¿Cuál es el cociente?

c) En una división exacta, el divisor es -20 y el cociente 25. ¿Cuál es el dividendo?

d) En una división exacta, el dividendo es 480 y el cociente -30. ¿Cuál es el divisor?

e) En una división exacta, el dividendo es 600 y el cociente -12. ¿Cuál es el cociente?

M.4.1.4. Deducir y aplicar las propiedades algebraicas (adición y multiplicación) de los números enteros en operaciones numéricas.

M.4.1.7. Realizar operaciones combinadas en \mathbb{Z} aplicando el orden de operación, y verificar resultados utilizando la tecnología.

7. Resuelve las siguientes situaciones.

a) Un edificio tiene 12 pisos. Si la distancia entre piso y piso es de 3 metros:

- ¿Cuántos metros mide el edificio?

- Si tiene 2 pisos subterráneos, ¿cuántos metros medirán estos dos?

- ¿Cuál es la medida del edificio incluido los pisos subterráneos?

b) En un cuarto frío, la temperatura desciende 2°C cada hora. ¿Cuántas horas se tendrá que esperar para que la temperatura baje 12°C ?

8. Resuelve las operaciones combinadas.

a) $45 \div (-9) + 24 - 81 \div 9 - 24 + 12 - 6 \div (-2) =$

b) $13 + 36 \div (-4) + 2 - 16 \div 4 - 25 + 10 + 24 \div (-4 - 2) =$

c) $12 + 3 - 15 \div (-2 - 1) + 30 - 64 \div 8 - 2 + 10 - 72 \div (-8) =$

Trabajo colaborativo

9. Trabajen en pareja y **resuelvan**.

Propongan dos ejercicios de operaciones combinadas de números enteros donde se encuentre la operación de división exacta de números enteros.

10. Resuelve paso a paso aplicando la jerarquía de solución.

$$(5-3) \times [(-6) \div (5+1) - (-5)] - [(5+6) - (-7+9) - (-2)] =$$

$$(-5+7-3) - [(-5+13) \div (-3-1) + (4-5) + 9 \times (-5)] =$$

$$(-7-8) [(-4) \div (-4+2) - (+9)] - [(3+10) - (-18+9) \div (-3)] =$$

$$-7 \{ 5 - [(-10+2) \div 4 - (-7)] - (5-8) + 8 \} =$$

$$[(-6+8) - (-15) \div 3] \times \{ -8 - [-2 + (8+2) \div (-3-2)] + (-4+8-5) \} =$$

Actividad indagatoria

11. Indaga y **escribe** dos operaciones combinadas en el que el resultado sea -8 .



¿Sabías qué?

Una encuesta es un instrumento que sirve para recoger datos determinados mediante un cuestionario.

Este puede tener preguntas abiertas o cerradas.



Los supermercados utilizan la estadística para mejorar sus ventas.

Shutterstock, (2020), 409946485



Conexiones

Matemática con economía

Cuando se realizan análisis estadísticos sobre la economía de una empresa, es necesario organizar datos para obtener conclusiones y tomar decisiones importantes.



Personas analizando datos estadísticos.

Shutterstock, (2020), 328883171



Saberes previos

¿Qué deberías tomar en cuenta para realizar una encuesta?

Un día sábado asistieron al supermercado 600 personas. Un analista de *marketing* quiso conocer sobre la acogida de una nueva marca de yogurt. Para ello, averiguó entre 200 amas de casa sobre la marca que más consumen. ¿Qué tipo de variable se está analizando en el caso presentado? ¿Qué marca de yogurt es la más comprada?

Para conocer la clase de variable que se está analizando, es importante conocer algunos términos estadísticos que intervienen en este caso.

Población. Es el grupo completo del que se va a hacer la investigación sobre la cual se quieren obtener conclusiones.

Muestra. Es un subconjunto de la población, del cual se obtienen conclusiones generales para aplicarlas a toda la población.

Variable. Es un conjunto de datos que permiten medir la investigación de forma cualitativa o cuantitativa.

Entonces podemos decir que:

Población: 600 personas que asistieron al supermercado.

Muestra: 200 amas de casa a las que se les preguntó sobre la marca de yogurt que consumen.

Variable: marca del yogurt que consumen.

Variable cuantitativa →

Es un conjunto de datos numéricos que resultan de mediciones. Estos pueden ser contados o medidos.

La variable cuantitativa es discreta si no se puede tomar cualquier valor situado entre dos valores dados, y es continua si se puede tomar cualquier valor situado entre dos valores dados.

Variable cualitativa →

Es un conjunto de datos que no tiene valores numéricos porque solo describe una característica del individuo.

Para analizar la clase de variable, debemos tomar en cuenta lo siguiente:

Las marcas de yogurt son:

Yogurt San Marcos

Yogurt de casa

Yogurt-más

Las marcas de los yogures no son variables cuantitativas, sino variables cualitativas, pues no son valores numéricos.

1. **Determina** si cada una de las variables es cualitativa o cuantitativa.

Color de camiseta	
Estatura	
Edad	
Nivel de estudios	
Frecuencia con la que visita al odontólogo	
Estado civil	
Deporte favorito	
Nota obtenida en un examen	
Talla de pantalón	

2. **Escribe** ejemplos de tres variables cualitativas y de tres variables cuantitativas.

Variables cualitativas

- a) _____
- b) _____
- c) _____

Variables cuantitativas

- a) _____
- b) _____
- c) _____

3. **Identifica** cada situación y **escribe** las variables para cada caso.

- a) Registro de los goles obtenidos por un equipo de fútbol.

- b) Lista de empleados de una empresa, su edad, su instrucción, y la cantidad de hijos que tienen.
Edad _____
Instrucción _____
Cantidad de hijos _____

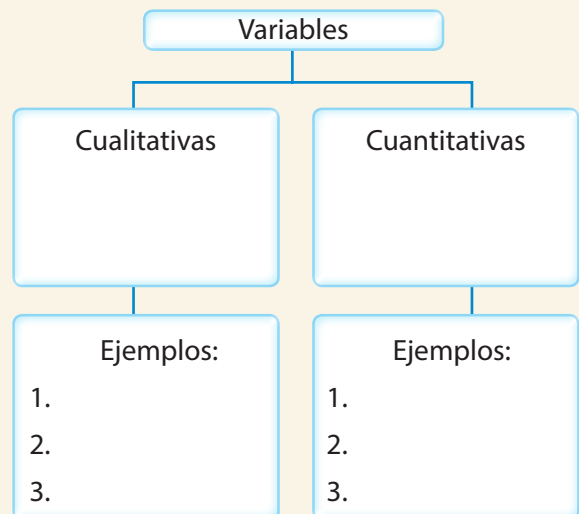
4. **Escribe** cuatro situaciones en las cuales tengas que aplicar una encuesta.

- a) _____
- b) _____
- c) _____
- d) _____

5. **Escribe** la población y la muestra que utilizarías para realizar una encuesta.

- a) Estudiantes que asistieron a una función de teatro.
Población: _____
Muestra: _____
- b) Personas que consumen gaseosas durante un partido de fútbol.
Población: _____
Muestra: _____
- c) Personas que visitan un determinado local comercial.
Población: _____
Muestra: _____

6. **Completa** el siguiente mapa conceptual.



7. Completa la información de cada situación.

- a) En un hospital se aplicó una encuesta para determinar la edad, el peso y el género de los pacientes atendidos durante el fin de semana. ¿Cuáles son los elementos considerados en este estudio?

Población

Muestra

Variables **Tipo de variable**

Ejemplo de datos

- b) Se quiere averiguar acerca de los deportes preferidos de los estudiantes de EGB superior de un colegio, y la frecuencia con que lo practican. Fueron encuestados ocho estudiantes de cada curso.

Población:

Muestra

Variables **Tipo de variable**

Ejemplo de variables

9. Elabora una tabla con los datos obtenidos en cada caso.

Deporte preferido

Fútbol	Básquet	Fútbol	Básquet
Fútbol	Fútbol	Natación	Fútbol
Vóley	Fútbol	Natación	Fútbol
Básquet	Fútbol	Fútbol	Básquet
Vóley	Natación	Básquet	Vóley

Deporte	Conteo	Total

Talla de los estudiantes de octavo grado de EGB

135	137	140	140	137	140
139	135	137	137	143	139
139	139	135	137	139	140
143	137	139	135	137	143
137	140	140	139	135	137

Talla	Conteo	Total

Trabajo colaborativo

8. Trabajen en pareja y **resuelvan**.

Elaboren una encuesta con un tema de su interés. **Determinen** la población, la muestra y el tipo de variables. Luego, **armen** una tabla de datos con los resultados obtenidos.

Actividad indagatoria

10. Averigua cuál es la diferencia entre datos discretos y datos continuos. Puedes usar de referencia el siguiente enlace web:

bit.ly/2MEssr9

Dividir el problema en etapas

Problema resuelto

Julio está encargado de limpiar un edificio. Primero limpió el piso 4, bajó 3 pisos, y luego subió 8 pisos. Bajó nuevamente 4 pisos, volvió a subir 5 pisos. Finalmente bajó 11 pisos. ¿En qué piso Julio terminó de limpiar?

1. Comprender el problema

¿Cuáles son las preguntas del problema?

¿En qué piso se encuentra la persona de limpieza?

2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

Para resolver, vamos a dividir el problema en etapas.

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

1. Expresamos los datos que tenemos.

- a) Subió 4 pisos
- b) Bajó 3 pisos
- c) Subió 8 pisos
- d) Bajó 4 pisos
- e) Subió 5 pisos
- f) Bajó 11 pisos

2. Planteamos la operación que nos ayudará a encontrar el resultado:

$$+4 - 3 + 8 - 4 + 5 - 11 =$$

3. Sumamos valores absolutos de enteros positivos:

$$4 + 8 + 5 = +17$$

4. Sumamos valores absolutos de enteros negativos:

$$-3 - 4 - 11 = -18$$

5. Resolvemos la operación:

$$+17 + (-18) = 17 - 18 = -1$$

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

Sí, Julio terminó de limpiar en el subsuelo 1 o piso -1.

Problema propuesto

Luisa vende empanadas en un edificio. Hizo su primera venta en el quinto piso. Bajó 2 pisos, subió 7 pisos, bajó 3 pisos, subió 8 pisos, bajó 10 pisos y finalmente subió 4 pisos. ¿En qué piso se encuentra Luisa?

1. Comprender el problema

¿Cuáles son las preguntas del problema?

2. Plantear la estrategia

¿Cuál es la estrategia de solución?

3. Aplicar la estrategia

¿Cómo se aplica la estrategia?

1. Expresamos los datos que tenemos.

2. Planteamos la operación que nos ayudará a encontrar el resultado:

3. Sumamos valores absolutos positivos:

4. Sumamos los valores absolutos negativos:

5. Resolvemos la operación

4. Responder

¿Llegaste a la solución del problema?

Proyecto

Presupuesto familiar

Justificación / problemática

La alimentación de los miembros del hogar es importante y es por eso que se deben elaborar presupuestos antes de la ejecución de los gastos. Al comienzo, la elaboración de un presupuesto puede verse como una tarea difícil, sin embargo, a medida que vamos desarrollando el hábito de su elaboración, nos damos cuenta de lo sencilla que es y de los grandes beneficios que nos trae saber con anticipación cómo vamos a gastar e invertir nuestro dinero.

Objetivos

- Identificar ingresos y egresos de los gastos familiares a fin de mejorar el presupuesto familiar.
- Identificar el monto de ingresos familiares.
- Identificar el monto de egresos en alimentación, medicina, vivienda, servicios básicos.
- Identificar la cantidad de dinero que se ahorra cada mes.

Recursos

- Facturas
- Rol de pagos
- Papel
- Lápiz
- Pliegos de papel bond
- Marcadores

Actividades



Shutterstock, (2020). 562181419



Shutterstock, (2020). 538414870



Shutterstock, (2020). 215289025



Shutterstock, (2020). 163058723

- **Realiza** una lista de ingresos familiares, como salarios, arriendos u otras actividades.
- **Realiza** una lista de egresos familiares, tomando nota de las facturas de gastos.
- **Realiza** un análisis de los datos obtenidos mediante operaciones matemáticas.

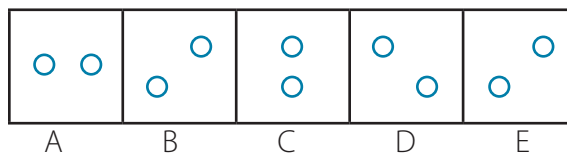
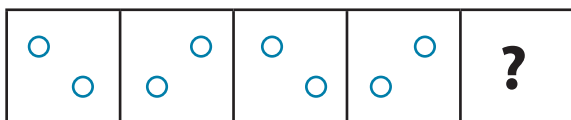
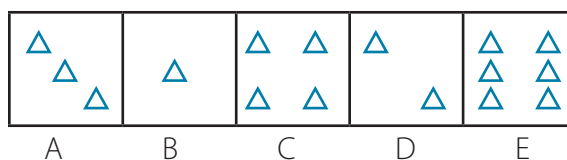
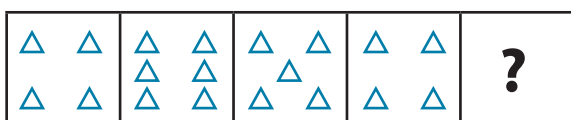
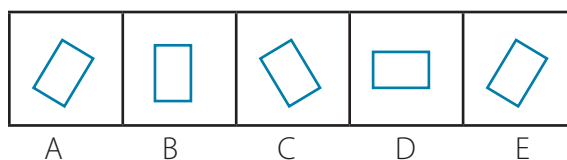
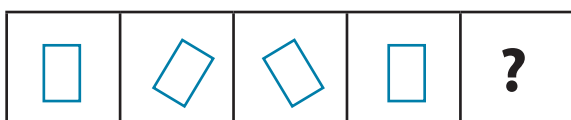
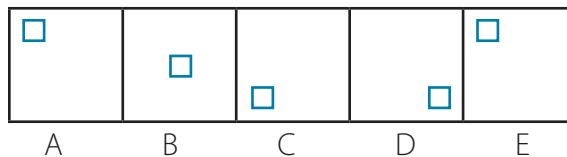
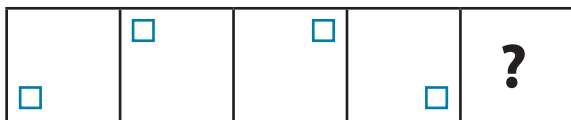


Evaluación

1. **Presenta** en un cartel, los ingresos y egresos de los gastos familiares.
2. **Analiza** los gastos y **verifica** si es posible que exista ahorro familiar o si es indispensable eliminar gastos innecesarios.

Secuencias gráficas

Observa el patrón y **escoge** la letra que muestra el gráfico que continúa la secuencia.



Archivo Editorial, (2020).



Cálculo mental

Multiplicar un número por 5

Para multiplicar un número por 5, se utiliza la siguiente estrategia:

Multiplicar el número por 10 y luego obtener la mitad.

Por ejemplo:

$$28 \times 5 = \frac{28 \times 10}{2} = \frac{280}{2} = 140$$

Ahora hazlo tú

- a) $56 \times 5 =$
- b) $47 \times 5 =$
- c) $27 \times 5 =$
- d) $34 \times 5 =$
- e) $48 \times 5 =$
- f) $72 \times 5 =$
- g) $122 \times 5 =$
- h) $190 \times 5 =$
- i) $325 \times 5 =$
- j) $405 \times 5 =$

Recuerda y practica

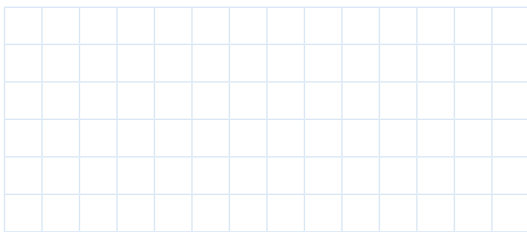
1. **Resuelve** los siguientes ejercicios.

a) el 8 % de 100 es

b) el 9 % de 200 es

c) el 5 % de 300 es

d) $\left[\frac{5}{4} + \frac{3}{8} \left(\frac{5}{6} \times \frac{8}{10}\right) + \frac{2}{3}\right] =$



2. **Escribe** el número entero asociado a cada situación.

a) La temperatura ambiente es de 5 °C bajo cero.

b) Pedro se encuentra en el piso número 12.

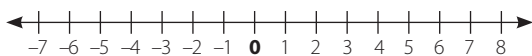
c) Camila ahorró \$ 500

3. **Representa** cada número en la recta numérica.

a) 7



b) -1



c) -5



4. **Escribe** la respuesta de cada ejercicio.

a) $|-8| =$ _____

d) $|+|-2|| =$ _____

b) $|+7| =$ _____

e) $-|+|-2|| =$ _____

c) $|-|-5|| =$ _____

f) $-|-|-3|| =$ _____

5. **Compara** los pares de números y **escribe** los signos < o > según corresponda.

a) $+9$ -9

d) -7 -3

b) $+7$ -6

e) $+5$ $+9$

c) -3 $+6$

f) -4 $+2$

6. **Resuelve** las siguientes operaciones.

a) $+5 + (+8) =$

f) $-1 - (-77) =$

b) $-4 + (-6) =$

g) $0 - (+5) =$

c) $-3 + (-9) =$

h) $-16 - (-4) =$

d) $+2 + (+4) =$

i) $-7 - 7 =$

e) $+1 + (+3) =$

j) $-4 - (+10) =$

7. **Resuelve** multiplicaciones y divisiones.

a) $-6 \times (-3) =$

f) $-24 \div (-6) =$

b) $-9 \times (3) =$

g) $121 \div (-11) =$

c) $8 \times (-4) =$

h) $9 \div (-3) =$

d) $3 \times (-6) =$

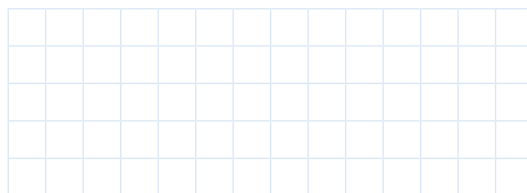
i) $-42 \div (7) =$

e) $-9 \times (-7) =$

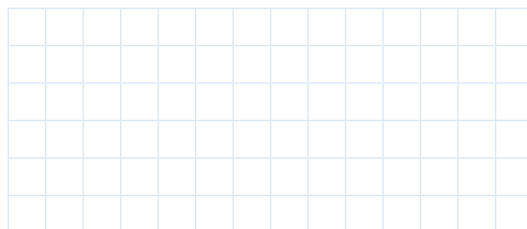
j) $-32 \times (-4) =$

8. **Resuelve.**

a) $4 + (8 + 5 - 7) + 9 - (8 + 7) - 9 =$



b) $-\{2 + (6 + 4 - 2) + [5 - (-7 - 6) - 9] + 6\} =$



Compruebo mis aprendizajes

Evaluación sumativa

I.M.4.1.1. Ejemplifica situaciones reales en las que se utilizan los números enteros; establece relaciones de orden empleando la recta numérica; aplica las propiedades algebraicas de los números enteros en la solución de expresiones con operaciones combinadas, empleando correctamente la prioridad de las operaciones; juzga la necesidad del uso de la tecnología.

1. Encierra el grupo de números mayores a -5 .

- a) 0, -8 , -9 , -12 , -21
- b) -10 , -11 , 15, 10
- c) 0, -4 , -3 , -2 , -1
- d) -6 , -7 , -8 , -9

2. Compara y relaciona con los signos $<$ y $>$ según corresponda

-8 $+14$

-5 0

-20 -15

-4 -12

0 -14



3. Completa la tabla.

Número	Opuesto	Valor absoluto
-5		
10		
-56		
34		

4. Responde.

a) ¿Cuántos números hay entre 3 y -3 ?

b) ¿Qué números están entre 2 y -4 ?

c) ¿Cuál es el opuesto del opuesto de $+8$?

d) Juan cobra \$ 1 200, gasta \$ 600 dólares en educación, \$ 400 en alimentación, luego cobra un cheque de \$ 200. ¿Cuánto dinero le queda a Juan?

5. Escribe (V) verdadero o (F) falso según corresponda.

- a) La diferencia de dos enteros negativos es negativa. ()
- b) La diferencia de dos enteros negativos siempre es positiva. ()
- c) La suma de dos números opuestos siempre da como resultado 1. ()
- d) La suma de dos números enteros positivos siempre es un entero positivo. ()
- e) La suma de dos números enteros negativos siempre es positiva. ()
- f) Si un factor es cero en una multiplicación, entonces el producto es cero. ()
- g) Si un factor es -1 en una multiplicación con un entero positivo, el producto es un entero positivo. ()

6. Lee y encuentra los resultados.

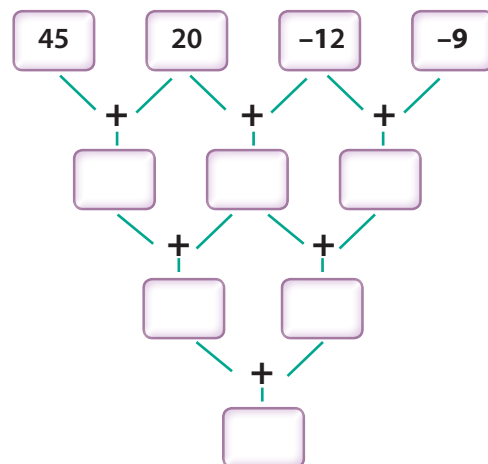
a) ¿Qué número se debe sumar a -18 para obtener 50?

b) ¿Qué número debe restarse a -25 para obtener -15 ?

c) ¿Qué número debe multiplicarse a -3 para obtener -18 ?

d) ¿Para qué número se debe dividir -80 para obtener 10?

7. Completa el siguiente esquema.



8. **Resuelve** los ejercicios y **escoge** la respuesta correcta.

$$-8 + \{15 - [(-15 + 3) \div 4 - (8)] - (4 - 7) + 8\} =$$

- a) -20
- b) 160
- c) 178
- d) 296

$$\{7 - [(-20 + 2) \div 6 - (+4)] - (10 - 4) \div 2\} =$$

- a) 60
- b) -120
- c) 88
- d) 11

$$-2 \times 3 + 2 \{7 - [(-5 + 2) \div 3 - (-9)] - (10 - 8) + 8\} =$$

- a) 4
- b) 8
- c) 12
- d) 16

9. La temperatura de una ciudad es de -8°C . ¿Cuántos grados debe variar para tener una temperatura de $+4^\circ\text{C}$?

- a) $+10^\circ\text{C}$
- b) $+12^\circ\text{C}$
- c) $+14^\circ\text{C}$
- d) $+16^\circ\text{C}$

Coevaluación

I.M.4.7.1. Interpreta datos no agrupados en tablas de distribución de frecuencias y gráficas estadísticas con el uso de la tecnología y la coherencia y la honestidad de los resultados obtenidos.

10. **Trabajen** en parejas.

Para determinar las preferencias acerca de las emisoras de radio en una ciudad, fueron entrevistados 400 habitantes, de entre 20 y 40 años, de diferentes barrios.

Determinen la población, la muestra y la variable.

Población: _____

Muestra: _____

Variable: _____

Autoevaluación

11. **Pinta** según la clave.

Puedo ayudar a otros

Resuelvo por mí mismo

Necesito ayuda

Estoy en proceso

Contenidos	Puedo ayudar a otros	Resuelvo por mí mismo	Necesito ayuda	Estoy en proceso
Identifico números enteros, sus opuestos y su valor absoluto.				
Identifico el orden de números enteros y los represento en la recta numérica.				
Resuelvo las operaciones básicas con números enteros.				
Resuelvo situaciones mediante la aplicación de operaciones con números enteros.				
Identifico población, muestra y variables de situaciones cotidianas.				

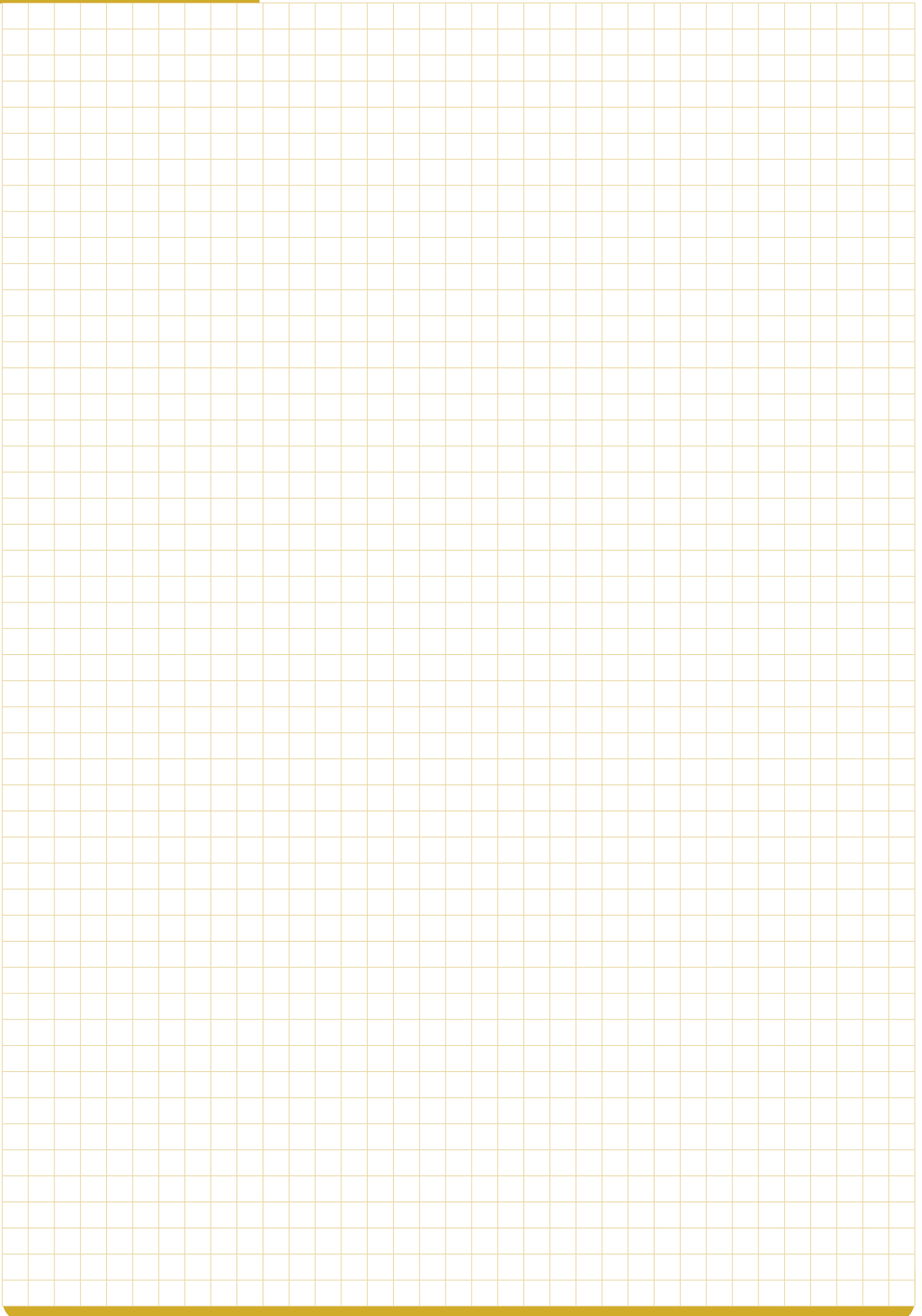
Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

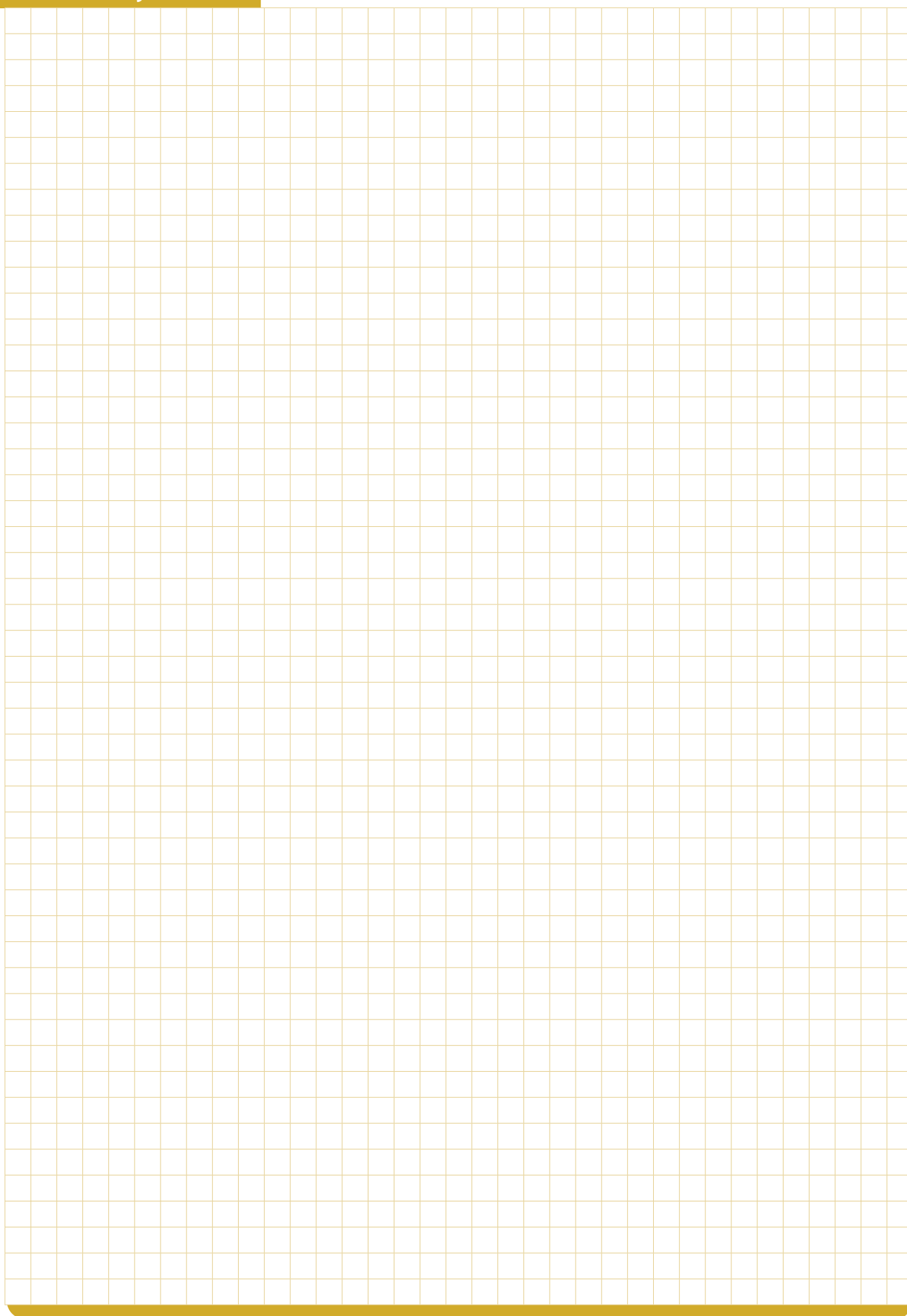
Para tus ejercicios



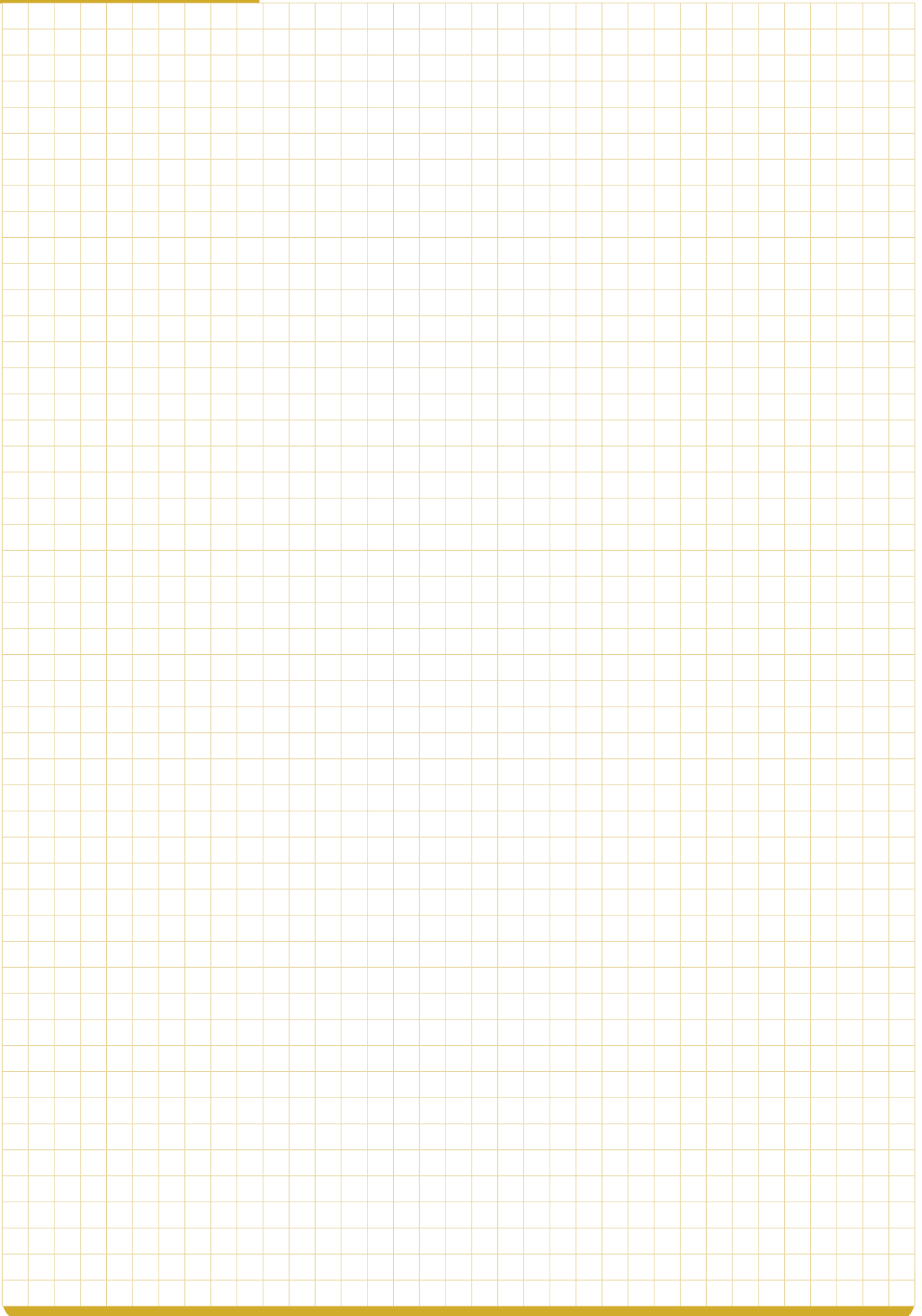
Para tus ejercicios



Para tus ejercicios



Para tus ejercicios



unidad 2

Cuidado de nuestra salud

La salud es uno de los elementos más relevantes para el desarrollo de una vida larga y de calidad. En este sentido, la importancia de la salud reside en permitir que el organismo de una persona, o de un animal, mantenga buenos estándares de funcionamiento y pueda así realizar las diferentes actividades de su rutina diaria.

Podemos definir a la salud como el estado en el cual un organismo no presenta enfermedades, condiciones virales o complicaciones. Para que una persona tenga una buena salud, debe combinar ciertas acciones o actitudes, por ejemplo: tener una buena alimentación, realizar ejercicios de manera regular, no consumir sustancias tóxicas y realizar chequeos médicos de forma habitual para prevenir o controlar posibles complicaciones.

(Fuente: <https://www.importancia.org/importancia-de-la-salud.php>)



Preguntas generadoras

- ¿Cómo defines a una persona saludable?
- ¿Cuántas horas dedicas a hacer deporte?
- **Investiga:** ¿cómo se reproducen las bacterias que afectan nuestra salud?

Álgebra y funciones

- Operaciones con números enteros

- Potenciación
- Radicación
- Propiedades
- Operaciones combinadas

- Introducción algebraica

- Lenguaje algebraico
- Variables
- Ecuaciones e inecuaciones
- Situaciones aditivas y multiplicativas

Estadística y probabilidad

- Frecuencias absolutas y relativas, datos agrupados en tabla de frecuencias
- Diagrama de barras

Objetivos:

O.M.4.2. Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva; las cuatro operaciones básicas; y la potenciación y radicación para la simplificación de polinomios, a través de la resolución de problemas.

O.M.4.3. Representar y resolver de manera gráfica (utilizando las TIC) y analítica ecuaciones e inecuaciones con una variable; ecuaciones de segundo grado con una variable; y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, para aplicarlos en la solución de situaciones concretas.

O.M.4.4. Aplicar las operaciones básicas, la radicación y la potenciación en la resolución de problemas con números enteros, racionales, irracionales y reales, para desarrollar el pensamiento lógico y crítico.

O.M.4.7. Representar, analizar e interpretar datos estadísticos y situaciones probabilísticas con el uso de las TIC, para conocer y comprender mejor el entorno social y económico, con pensamiento crítico y reflexivo.



Shutterstock (2020) 773282413

¿Quién recibe más dinero?



Conexiones

Matemática con medicina

La potenciación se aplica en el campo de la medicina cuando se realiza el cultivo de alguna bacteria con el fin de conocer acerca de su reproducción.



Saberes previos

Expresa el número 125 como el producto de tres factores iguales.

Susana le propone a su madre que le dé diariamente \$ 30 dólares durante 5 días consecutivos. Carlos prefiere que su madre le dé 1 dólar, y cada día le triplique la cantidad del día anterior y que solo le entregue la cantidad de dinero correspondiente al quinto día. ¿Cuál de los dos recibirá más dinero por parte de su madre? Para saber quién de los dos recibirá más dinero se analiza cada caso.

Camila recibirá \$ 30 dólares diarios por 5 días, es decir:

$$30 \times 5 = 150$$



Recibirá \$ 150 dólares por 5 días.

Carlos recibirá lo acumulado el quinto día, si le triplican el dinero del día anterior. Para saber cuánto recibe, es necesario analizar la siguiente tabla.

Día	Inicia	1.º día	2.º día	3.º día	4.º día	5.º día
Dólares	\$ 1	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 3 = 9$	$9 \times 3 = 27$	$27 \times 3 = 81$	$81 \times 3 = 243$
Expresado en potencia	$3^0 = 1$	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$ 3×3	$3^3 = 27$ $3 \times 3 \times 3$	$3^4 = 81$ $3 \times 3 \times 3 \times 3$	$3^5 = 243$ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

La tabla muestra que el quinto día Carlos tendrá \$ 243.

Entonces, podemos concluir que Carlos recibirá más dinero.

A la operación que define este resultado se la conoce como potenciación.



Recuerda que...

En la potenciación, cuando la base es número negativo, es necesario analizar su exponente.

Si el exponente es un número par, la potencia será positiva.

Si el exponente es impar, la potencia será negativa.

La potenciación es el producto de factores iguales.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ veces}} \quad a = \text{base}, n = \text{exponente}$$

El producto de bases iguales es una potencia.

Ejemplo 1

Calcular la potencia de:

- a) 7^3
- b) 5^4
- c) $(-8)^3$
- d) $(-4)^4$

Solución

- a) $7 \times 7 \times 7 = 343$
- b) $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$
- c) $(-8) \times (-8) \times (-8) = -512$
- d) $(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) = 256$

Propiedades de la potenciación de números enteros

Si a y b son números enteros distintos de cero, se aplican las siguientes propiedades:

Propiedad	Definición	Ejemplo	Lenguaje algebraico
Producto de potencias de bases iguales	Es una potencia en la que se conserva la base y se suman sus exponentes.	$(-2) (-2)^2 (-2)^3 = (-2)^{1+2+3} = (-2)^6 = 64$	$m^a \times m^b = m^{a+b}$
Cociente de potencias de bases iguales	Es una potencia en la que se conserva la base y se restan sus exponentes.	$\frac{(-2)^4}{(-2)^2} = (-2)^{4-2} = (-2)^2$	$\left(\frac{m^a}{m^b}\right) = m^{a-b}$
Potencia de una potencia	Es una potencia en la que se conserva la base y se multiplican sus exponentes.	$(4^2)^3 = 4^{2 \times 3} = 4^6$	$(m^a)^b = m^{a \times b}$
Potencia de un producto	Es igual al producto de las potencias de sus factores.	$(-5 \times 4)^3 = (-5)^3 \times 4^3$	$(m \times n)^a = m^a \times n^a$
Potencia de un cociente	Es igual al cociente entre la potencia del dividendo y la del divisor.	$\left(\frac{-2}{3}\right)^4 = \frac{(-2)^4}{3^4}$	$\left(\frac{m}{n}\right)^a = \frac{m^a}{n^a}$
Potencia a la 0	Todo número elevado a 0 es igual a 1, excepto cuando la base es 0.	$(-4)^0 = 1$	$m^0 = 1$ $m \neq 0$
Potencia a la 1	Todo número elevado a 1 es igual al mismo número.	$(-4)^1 = -4$	$m^1 = m$

Archivo Editorial, (2020).

Ejemplo 1

Aplicar las propiedades de la potenciación.

a) $\left[(-4)^4\right]^3 =$

b) $\frac{m^6 \cdot m^4 \cdot m^{-3}}{m^3 \cdot m^2} =$

c) $(-3)^5 (-3)^4 (-3)^{-3} (-3)^0 =$

d) $\left(\frac{5}{3}\right)^2 =$

Solución

a) $\left[(-4)^4\right]^3 = (-4)^{4 \times 3} = (-4)^{12}$

b) $\frac{m^6 \cdot m^4 \cdot m^{-3}}{m^3 \cdot m^2} = \frac{m^{6+4-3}}{m^{3+2}} = \frac{m^7}{m^5} = m^{7-5} = m^2$

c) $(-3)^5 (-3)^4 (-3)^{-3} (-3)^0 = (-3)^{5+4-3+0} = (-3)^6$

d) $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$



DFA

Ponerse en los zapatos de la otra persona nos ayuda a comprender las posibles situaciones por las que aquella persona atraviesa.



Me refuerzo

Ingresa al siguiente enlace web:
bit.ly/2KdGr5B

Imprime la página 7 y refuerza propiedades de la potenciación.

1. Escribe como potencia cada producto.

- a) $5 \times 5 \times 5 \times 5 =$
- b) $(-8) \times (-8) \times (-8) =$
- c) $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) =$
- d) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times (-3) \times (-3) =$
- e) $m \times m \times m \times m \times m \times m =$
- f) $a \times a \times a \times b \times b =$
- g) $(x+4) \times (x+4) \times (x+4) \times (x+4) =$
- h) $(-2+p) \times (-2+p) \times (-2+p) =$

2. Escribe como productos las siguientes potencias:

- a) $(-7)^5 =$
- b) $(a+b)^2 =$
- c) $(-x)^4 =$
- d) $m^5 =$
- e) $(-4+p)^3 =$

3. Escribe la potencia en cada ejercicio.

- a) $5^4 =$
- b) $3^2 =$
- c) $-2^4 =$
- d) $-5^3 =$
- e) $-3^3 =$
- f) $4^2 =$
- g) $-2^5 =$
- h) $-3^4 =$

4. Encuentra en la sopa de letras términos relacionados con la potenciación: base, exponente, factores, potencia, potenciación, producto, número, enteros, iguales.

N	M	P	Z	P	W	I	I	B	P	V	Q	E	P	S	J
U	V	R	E	D	V	A	G	Z	O	O	O	P	O	G	C
S	B	O	D	Y	F	R	U	A	T	V	I	L	T	F	L
I	E	D	L	O	C	B	A	S	E	E	M	I	E	J	I
U	B	U	U	M	Y	Y	L	M	N	D	E	E	N	K	Y
Z	A	C	U	K	B	O	E	E	C	O	I	A	C	E	Y
P	S	T	K	C	E	P	S	E	I	W	T	Q	I	Z	F
Z	U	O	B	G	Y	E	U	I	A	Y	F	M	A	Y	A
N	U	M	E	R	O	S	K	E	J	G	O	V	C	I	M
F	A	C	T	O	R	E	S	R	S	K	I	T	I	W	G
E	N	Z	Z	E	X	P	O	N	E	N	T	E	O	D	O
X	Z	Q	S	U	A	E	N	T	E	R	O	S	N	M	P
I	N	F	M	U	E	N	D	G	G	L	F	E	Y	A	K

5. Completa la tabla de doble entrada.

Exponente	2	3	4
Base			
4			
5			
(-7)			
(-3)			
(-2)			
8			

6. Escribe los números que correspondan en cada caso.

a)

Número	Doble	Cuadrado
2		
3		
4		
5		
6		
12		

b)

Número	Triple	Cubo
3		
5		
7		
9		
11		
20		

c)

Número	Cubo	Cuarta
2		
3		
(-2)		
(-3)		
4		
(-4)		

M.4.1.5. Calcular la potencia de números enteros con exponentes naturales.

7. Resuelve las siguientes situaciones:

- a) ¿Cuál es el área de un terreno cuadrangular que mide 18 m por lado?

- b) ¿Cuáles son las potencias de 5 que se encuentran entre el número 1 y el número 200?

- c) ¿Cuáles son los cuadrados perfectos que se encuentran entre el 30 y el 200?

8. Resuelve las siguientes operaciones.

a) $5 + (6+5)^2 + 3 - 8 + 9 =$

b) $-4 + (-8+4)^3 + 6 - 3^2 + 4^3 =$

c) $12 + 6^2 + (-3)^4 - 8 + 9^2 =$

d) $(8+2)^2 + 6^3 - 2^4 + (-5)^3 =$

e) $7 + 2(3+2)^3 + 3(4^2 - 20) - 8(3^2 + 2^3) + 2 =$

9. Aplica las propiedades de la potenciación.

a) $3^4 \times 3^2 \times 3^3 =$

b) $[(-2)^2]^4 =$

c) $6^{12} \times 3^{12} =$

d) $9^4 \div 9^2 =$

e) $(4+5^5+8^9)^0 =$

f) $(7^4 \times 3^2 \times 7)^3 =$

g) $\frac{2^4 \times 2^3 \times 2^3}{2^3 \times 2^5} =$

h) $(t^4 \times t^6) \div t^7 =$

10. Encuentra el valor de la incógnita.

a) $(3^4 \times 3^x) \div 3^9 = 3^5$

b) $(4^6)^x = 4^{18}$

c) $(y^4 + y^7)^x = 1$

d) $(8^{10} \div 8^x) \times 8^7 = 8^{12}$

e) $[(5^2 \times 5^3)^2 \times (5^3)^3] \div 5^{15} = 5^x$

f) $[(m^2)^4 \times (m^3)^x] \div m^{12} = m^5$

Trabajo colaborativo

11. Trabajen en pareja y **resuelvan**.

Elaboren una tabla con los cuadrados y cubos perfectos hasta el 20. **Escriban** la regla de exponentes para números negativos. **Usen** su tabla en la solución de ejercicios.

Actividad indagatoria

12. Averigua cómo se resuelve una potencia que tiene como exponente un número negativo. Puedes revisar el siguiente enlace web:

bit.ly/2KchG9S



Recuerda que...

$$\sqrt[n]{b} = a$$

Se lee raíz n -ésima de b .

Si y solo si $a^n = b$

n = índice de la raíz

b = cantidad subradical



Shutterstock, (2020), 507200902

Las matemáticas permiten limitar superficies agrícolas.



¿Sabías qué?

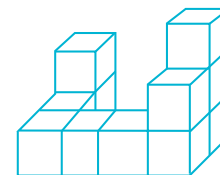
No se coloca el índice en una raíz cuando es cuadrada.



Desequilibrio cognitivo

Observa el gráfico. ¿Cuántos cubos más son necesarios para realizar un cubo perfecto?

¿Cuántas unidades cúbicas tendrían su volumen?



Archivo Editorial, (2020).

Radicación

Ricardo quiere cercar con malla metálica un terreno cuadrangular que tiene 400 m^2 de superficie. ¿Cuántos metros de malla necesita para hacerlo?

Para conocer cuántos metros de malla son necesarios, es preciso conocer el valor de los lados del terreno.

Dado que se conoce la medida de su superficie y se sabe que es un terreno cuadrangular, se puede obtener la medida de cada lado con la raíz cuadrada.

$$A = l^2 \qquad 400 = l^2 \qquad l = \sqrt{A} \qquad \sqrt{400} = 20$$

Cada lado del terreno mide 20 m . Entonces, para saber cuánta malla necesita Ricardo para cercar el terreno, se multiplica $20 \times 4 = 80 \text{ m}$.

Se necesitan 80 m de malla metálica para cercar el terreno.

La radicación es el proceso inverso de la potenciación, que se aplica para obtener la base si se conocen la potencia y el exponente.

El resultado se llama **raíz**.

Ejemplo 1

Obtener la raíz de cada ejercicio.

a) $\sqrt[4]{81}$

b) $\sqrt[3]{729}$

c) $\sqrt{324}$

Solución

a) $\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3 \times 3 \times 3 \times 3 = (3)^4 = 81$

b) $\sqrt[3]{729} = 9$ porque $9 \times 9 \times 9 = (9)^3 = 729$

c) La raíz se puede obtener por medio de descomposición de factores primos.

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$$\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

Propiedades de la radicación

Las propiedades de la radicación de números enteros son las mismas que la de números naturales con el exponente n un número natural distinto de cero.

Propiedad	Definición	Ejemplos	Lenguaje algebraico
La raíz n -ésima de la n -ésima potencia es la cantidad subradical	Es igual al mismo número.	$\sqrt[6]{21^6} = 21^{6 \div 6} = 21^1$	$\sqrt[n]{a^n} = a^{n \div n} = a^1$
Raíz de un producto	Es igual al producto de las raíces de sus factores.	$\sqrt{25 \times 36} = \sqrt{25} \times \sqrt{36} = 5 \times 6 = 30$	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
Raíz de una fracción	Es igual al cociente de la raíz del numerador entre la raíz del denominador.	$\sqrt[3]{\frac{512}{27}} = \frac{\sqrt[3]{512}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{8}{3}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Ejemplo 1

Obtener el resultado de las siguientes raíces, aplicando las propiedades.

a) $\sqrt[3]{7^3}$

b) $\sqrt[4]{9^8}$

c) $\sqrt[3]{6^7}$

d) $\sqrt{100 \times 4}$

e) $\sqrt[3]{\frac{-1\,728}{27}}$

Solución

a) Simplificamos el exponente y el índice de la raíz: $\sqrt[3]{7^3} = 7^{\frac{3}{3}} = 7$

b) Simplificamos el exponente y el índice de la raíz: $\sqrt[4]{9^8} = 9^{\frac{8}{4}} = 9^2$

c) Recordamos la propiedad de la potenciación: **producto de potencias de bases iguales.**

$6^7 = 6^3 \times 6^3 \times 6$, se conserva la base y se suman exponentes.

Por lo tanto, $\sqrt[3]{6^3 \times 6^3 \times 6} = \sqrt[3]{6^3} \times \sqrt[3]{6^3} \times \sqrt[3]{6} = 6 \times 6 \times \sqrt[3]{6} = 36\sqrt[3]{6}$

d) $\sqrt{100} \times \sqrt{4} = 10 \times 2 = 20$

e) $\sqrt[3]{\frac{-1\,728}{27}} = \frac{\sqrt[3]{-1\,728}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{-12}{3} = -4$

Archivo Editorial, (2020).



¿Sabías qué?

Se pueden usar exponentes racionales para expresiones radicales, para eso se utiliza la siguiente regla:

Ejemplos:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a^{\frac{1}{2}} = 64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = 8$$

$$[\sqrt[n]{a}]^m = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$$



DFA

Si hay una discapacidad o dificultades visuales, es necesario ayudarnos unos a otros, ya sea con una explicación de los sucesos visuales o con un resumen de lo que sucede alrededor.

En la radicación pueden aparecer los siguientes casos:

- La cantidad subradical es positiva y el índice es par, la raíz toma doble signo \pm .
Ejemplo $\sqrt{16} = \pm 4$ porque $4^2 = 16$ y $(-4)^2 = 16$
- La cantidad subradical es positiva y el índice es impar la raíz es positiva.
Ejemplo $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$
- La cantidad subradical es negativa y el índice es impar la raíz es negativa.
Ejemplo $\sqrt[3]{-8} = -2$ porque $(-2)^3 = -8$
- La cantidad subradical es negativa y el índice par, la raíz no está definida en el conjunto de los números enteros.
Ejemplo $\sqrt{-25}$ = no está definida en el conjunto de los números enteros.

1. **Relaciona** cada operación con el resultado.

- a) $\sqrt{225}$ 10
- b) $\sqrt[3]{125}$ 14
- c) $\sqrt[4]{81}$ 2
- d) $\sqrt{100}$ 15
- e) $\sqrt[3]{512}$ 3
- f) $\sqrt[5]{32}$ 5
- g) $\sqrt{196}$ 8

2. **Calcula** las raíces indicadas.

- a) $\sqrt{169} =$
- b) $\sqrt{289} =$
- c) $\sqrt{361} =$
- d) $\sqrt{324} =$
- e) $\sqrt{81} =$
- f) $\sqrt[3]{125} =$
- g) $\sqrt[3]{-729} =$
- h) $\sqrt[4]{81} =$
- i) $\sqrt[5]{-32} =$
- j) $\sqrt[6]{4\ 096} =$

3. **Obtén** las raíces de las siguientes fracciones.

- a) $\sqrt{\frac{196}{64}} =$
- b) $\sqrt{\frac{225}{100}} =$
- c) $\sqrt{\frac{400}{144}} =$
- d) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} =$
- e) $\sqrt[3]{\frac{125}{1\ 000}} =$
- f) $\sqrt[3]{\frac{343}{512}} =$

4. **Resuelve** por medio de descomposición en factores primos.

a) $\sqrt{400}$

b) $\sqrt{900}$

c) $\sqrt{256}$

d) $\sqrt{1024}$



Saberes previos

Escribe en símbolos la siguiente expresión:

El producto de el doble de la suma de 15 y 24 con la diferencia del triple de 4 y 10.



Shutterstock, (2020), 524498566

Decoración de cartel.

Jerarquía de solución de operaciones

Carlos tiene una cartulina rectangular de $25\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ y para decorar un cartel necesita recortar 8 cuadrados cuyos lados midan 5 cm , y 5 cuadrados cuyos lados midan 10 cm . ¿Le alcanzará la cartulina?

Para saber si le alcanza o no la cartulina, se plantea una operación combinada.

$$25 \times 30 - [8 \times 5^2 + 5 \times 10^2]$$

Para realizar operaciones combinadas con números enteros, se utiliza la **jerarquía** de las operaciones:

1. Efectuar las operaciones que se encuentran entre paréntesis, corchetes y llaves.
2. Calcular las potencias y raíces.
3. Calcular los productos y cocientes.
4. Realizar las adiciones y sustracciones.

$25 \times 30 - [8 \times 5^2 + 5 \times 10^2]$ Se resuelven las potencias que hay dentro del corchete.

$25 \times 30 - [8 \times 25 + 5 \times 100]$ Se resuelven las multiplicaciones y divisiones del corchete.

$25 \times 30 - [200 + 500]$ Se resuelven las sumas y restas de izquierda a derecha.

$25 \times 30 - [700]$ Multiplicamos lo que está fuera del corchete y resolvemos la sustracción.

$$750 - 700 = 50$$

Luego de realizar la operación, podemos concluir que sí le alcanza la cartulina e incluso le sobra.

En una operación combinada se pueden encontrar diversas operaciones (como suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación), donde pueden o no aparecer signos de agrupación.

Ejemplo 1

Resolver $3 + 5 \times 4 + 7 - 5 - 28 \div 7 + 9 \times 4^2 + \sqrt{100} =$

Solución

Resolver potencias y raíces. $3 + 5 \times 4 + 7 - 5 - 28 \div 7 + 9 \times 16 + 10$

Resolver multiplicaciones y divisiones. $3 + 20 + 7 - 5 - 4 + 144 + 10$

Resolver sumas y restas de izquierda a derecha. 175



Glosario

jerarquía. Orden que se debe tener en cuenta para resolver correctamente operaciones combinadas.

Ejemplo 2

Resolver los siguientes ejercicios.

- a) $[-2+3 \times (-2+17) \div 5] - [(-6+7-12) - 2 \times (-5+3)] =$
- b) $20 - \{24 \div 4 + 6^2 + (\sqrt{81} + 2 \times 5^2)\} - 7 \times 8 \div (7-5) =$
- c) $\sqrt[3]{-27 \times 64} - (-3)^2 (-3)^2 + \sqrt{\sqrt{81}} + (-5)^2 + \sqrt{2^3 + 5^0} + 2^2 - 12 \div \sqrt{45 \div 5} =$

Solución

a) $[-2+3 \times (-2+17) \div 5] - [(-6+7-12) - 2 \times (-5+3)] =$

Resolvemos operaciones en el paréntesis.

$$[-2+3 \times (+15) \div 5] - [(-11) - 2 \times (-2)]$$

Resolvemos las multiplicaciones y divisiones que están dentro de los corchetes.

$$[-2+9] - [(-11)+4]$$

$$[+7] - [-7] \text{ Resolvemos sumas y restas dentro de los corchetes.}$$

$$7+7=14 \text{ Eliminamos corchetes.}$$

b) $20 - \{24 \div 4 + 6^2 + (\sqrt{81} + 2 \times 5^2)\} - 7 \times 8 \div (7-5) =$

$$20 - \{24 \div 4 + 36 + (9 + 2 \times 25)\} - 7 \times 8 \div (7-5) \text{ Resolvemos potencias y raíces.}$$

$$20 - \{6 + 36 + (9 + 50)\} - 28 \text{ Resolvemos multiplicaciones y divisiones.}$$

$$20 - \{6 + 36 + 59\} - 28 \text{ Resolvemos paréntesis.}$$

$$20 - 101 - 28 \text{ Resolvemos llaves y eliminamos signos de agrupación.}$$

$$-109 \text{ Resolvemos sumas de izquierda a derecha.}$$

c) $\sqrt[3]{-27 \times 64} - (-3)^2 (-3)^2 + \sqrt{\sqrt{81}} + (-5)^2 + \sqrt{2^3 + 5^0} + 2^2 - 12 \div \sqrt{45 \div 5} =$

Aplicamos propiedades de la potenciación y radicación.

$$\sqrt[3]{-27} \times \sqrt[3]{64} - (-3)^4 + \sqrt{9} + (-5)^2 + \sqrt{9} + 2^2 - 12 \div \sqrt{9}$$

$$-3 \times 4 - 81 + 3 + 25 + 3 + 4 - 12 \div 3 \text{ Resolvemos potencias y raíces.}$$

$$-12 - 81 + 3 + 25 + 3 + 4 - 4 \text{ Resolvemos multiplicaciones y divisiones.}$$

$$-93 + 31 = -62 \text{ Resolvemos sumas y restas.}$$

d) $\sqrt{25+39} + (3^2+8)(6-4^2) + 4\sqrt[3]{64} - 3 =$ Resolvemos potencias y raíces.

$$8 + (9+8)(6-16) + 4 \times 4 - 3 = \text{Resolvemos multiplicaciones y divisiones.}$$

$$8 - 170 + 16 - 3 = \text{Resolvemos sumas y restas.}$$

$$24 - 173 = -149$$



Enlace web

Imprime y resuelve operaciones combinadas ingresando al siguiente enlace:

bit.ly/2YBwym9



1. Resuelve los siguientes ejercicios:

a) $-2[5+(3+4)^2 + \sqrt[3]{-125}] =$

b) $\sqrt{25+24} + [(5^3 - 100) + (\sqrt{25} + \sqrt{8 \times 2}) + 6] =$

c) $-5\{\sqrt{3 \times 12} + \sqrt[3]{125 \times (-27)} - [4 + 3^2]\} + 8 =$

d) $[7(4+3^3 - 2^3) + \sqrt[3]{-216}] - 2[3+(2+3)^2 + \sqrt[3]{64}] =$

e) $6 \times 3(7+6-5-12) + [4(5+3^2) + \sqrt{64}] =$

f) $-8 + 6[15 + (4+2)^2 + \sqrt[3]{512} - 4^3 - 8 + (-5) - (-4)] =$

g) $3(6 + \sqrt{25} - 6) + \sqrt[3]{125} + (2^4)^2 \div 2^5 + 10 =$

2. Aplica la jerarquía de solución de operaciones combinadas sin signos de agrupación.

a) $\sqrt{25} + 4 - 5 + 4^2 + 25 - \sqrt[3]{-64} =$

b) $\sqrt{36} + 8 - 12 + 2^2 - 21 - \sqrt[3]{125} =$

c) $8^2 \sqrt{4} + 124 - 6 + 3^2 + 2 - 9 \sqrt[3]{27} =$

d) $6 - 8 + 3 - \sqrt{100} + 3 - 15 + 3^3 + 2 - \sqrt[3]{4 \times 2} =$

e) $4 \times 3 + \sqrt{16 \times 4} + 2 - 3 + 10^2 + 14 =$

f) $24 \div 6 + 8 - 16 - 50 + \sqrt[3]{-58 + 31} + 6 \times 3 =$

g) $\sqrt{400} \div \sqrt{25} + 9 \div \sqrt[4]{81} + 5^2 - 25 + 12 =$

Tema 4

Lenguaje algebraico y evaluación de expresiones



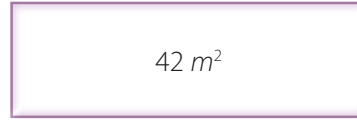
Shutterstock, (2020), 120973678

Las transacciones comerciales pueden expresarse en lenguaje algebraico.



Desequilibrio cognitivo

Si un rectángulo tiene una superficie de $42 m^2$, ¿cuáles son las medidas posibles de sus lados si son números enteros?



Expresión de lenguaje simple a lenguaje algebraico

Carmen pagó en el mercado una cierta cantidad de dinero por la compra de frutas, el doble de esa cantidad por abarrotes, y el triple de las dos cantidades juntas por la compra de carnes. ¿Cómo se expresa, en lenguaje algebraico, cada una de los pagos que realizó?

Para representar cantidades desconocidas, se utilizan letras.

De acuerdo con el problema, se puede expresar en lenguaje algebraico lo siguiente:

Lenguaje cotidiano	Lenguaje algebraico
Cantidad de dinero que se pagó por las frutas.	x
El doble del costo de las frutas.	$2x$
El triple de las dos cantidades juntas por la compra de las carnes.	$3(x + 2x)$

A través del lenguaje algebraico, las cantidades desconocidas se representan por medio de las letras, y se relacionan mediante los signos de las operaciones aritméticas. Los signos que se utilizan en este lenguaje son de tres tipos: de operación, de relación y de agrupación.

Ejemplo 1

Escribir en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

- El doble de un número más el triple de otro número.
- La diferencia entre el doble de un número y la mitad de otro número.
- La tercera parte de la suma de un número y su cuadrado.

Solución

- $2x + 3y$
- $2x - \frac{y}{2}$
- $\frac{m + m^2}{3}$



¿Sabías qué?

La x nace de la palabra árabe que se utilizaba para representar una cantidad numérica no conocida. Esta palabra era *shei*, la tradujeron como *xei*, mucho más fácil de leer en el alfabeto helénico. Con el tiempo, los cálculos fueron ganando complejidad y *xei* se fue acortando hasta convertirse en una x .

(Fuente: <https://bit.ly/2s1CK3K>)



Enlace web

Busca ejercicios para practicar lenguaje algebraico, te recomiendo el siguiente enlace:

bit.ly/2T22HCv



Evaluación de expresiones algebraicas

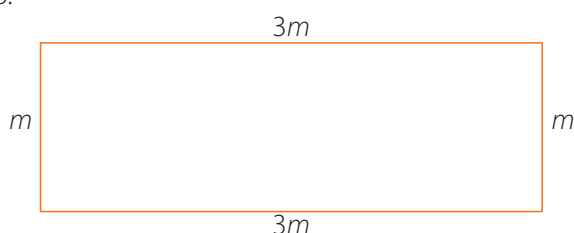
Micaela necesita adornar con encaje un mantel rectangular, cuyo perímetro es de 480 cm. Si la medida de un lado es el triple que la del otro, ¿cuál es la expresión que determina el valor de cada lado del mantel?

Para conocer las medidas de los lados del mantel, es necesario hallar una expresión algebraica para representar el valor de cada lado.

El valor de un lado se representa con una letra del alfabeto, en este caso la m .

El triple del lado se representa con $3 \times m$ o $3m$.

Dibujamos un rectángulo identificando las expresiones que representa la medida de cada lado.



Como el perímetro del rectángulo es la suma de las medidas de sus lados, se tiene:

$$P = l + l + l + l$$

$$480 = m + 3m + m + 3m$$

$$480 = 8m$$

$$P = 2(m) + 2(3m)$$

$$480 = 2(m) + 2(3m)$$

$$480 = 2m + 6m$$

La evaluación de una expresión algebraica consiste en sustituir los valores proporcionados por las variables para encontrar el valor numérico. Estas son formadas combinando operaciones con constantes y variables. Es importante tener en cuenta lo siguiente:

- Analizar detenidamente la situación dada con lenguaje cotidiano, identificando datos.
- Determinar las operaciones algebraicas con las variables correspondientes.
- Formular la situación en lenguaje algebraico.

Ejemplo 1

Hallar la expresión algebraica que representa la suma de dos números consecutivos.

Solución

Se identifica la operación, en este caso una suma. Determinamos la variable y los datos que nos proporciona la situación.

Lenguaje cotidiano	Lenguaje algebraico
Un número cualquiera	n
Un número consecutivo	$n + 1$
La suma de dos números consecutivos es	$n + (n + 1)$



Mantel con encaje.

Shutterstock, (2020), 42991780



Recuerda que...

Cuando se escribe la multiplicación de una variable con un número, no es necesario colocar el signo de multiplicación

$$45f = 45 \times f$$



DFA

La discapacidad no tiene por qué implicar actitudes de sobreprotección o condescendencia. El trato debe ser ecuánime entre todos y todas.



Me refuerzo

Ingresa al siguiente enlace web:
bit.ly/2T4KST5

Imprime y **refuerza** tu conocimiento.

1. **Expresa** en lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

a) Un número cualquiera.

b) La suma de dos números diferentes.

c) La diferencia de dos números diferentes.

d) El producto de dos números.

e) El cociente de dos números.

f) El cubo de un número.

g) El triple del cuadrado de un número.

h) La suma de los cuadrados de dos números.

i) La quinta parte del cubo de un número.

j) El cubo de la quinta parte de un número.

k) La suma de dos números dividida entre su diferencia.

l) ¿Cuál es el número que agregado a 3 suma 8?

m) ¿Cuál es el número que disminuido de 20 da por diferencia 7?

n) Las dos quintas partes de un número aumentado la mitad del mismo número.

o) La diferencia entre un número y su mitad.

p) La suma de dos números consecutivos.

q) La diferencia entre un número y el triple de otro número.

r) El producto de un número y la suma de dos números diferentes.

s) El producto del cuadrado de un número y el tercio de otro número.

t) El cociente de la mitad de un número y el triple de otro.

u) La suma entre el doble de un número y la cuarta parte de su consecutivo.

v) La mitad de un número por la suma de otros números al cuadrado.

w) La suma de la raíz cuadrada de un número y su doble.



Recuerda que...

Las ecuaciones que tienen una sola incógnita con exponente uno se llaman ecuaciones de primer grado.



Saberes previos

Si tuvieras el doble de la edad que tienes, ¿cuántos años tendrías?

Ecuaciones

En varias situaciones de la vida, es necesario utilizar un lenguaje que exprese datos desconocidos o incógnitas para poder representar relaciones entre varios datos. En todo enunciado matemático se encuentran variables y constantes.

Una ecuación es una igualdad entre dos términos, que se expresan con números y letras. Estas letras se denominan incógnitas o variables, ya que su valor no se conoce.

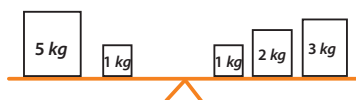
Elementos de una ecuación

Una ecuación tiene dos miembros. El primero está escrito a la izquierda del signo igual, y el segundo miembro, a la derecha. Los dos lados del signo igual son equivalentes. Encontrar el valor de la incógnita significa que se encontró un valor que satisface la ecuación.

$$\underbrace{x+2x}_{\text{primer miembro}} = \underbrace{5+2+6}_{\text{segundo miembro}}$$

Existen dos tipos de ecuaciones:

Numérica. Es la equivalencia entre dos cantidades y estas están separadas por el signo igual.



$$5 + 1 = 1 + 2 + 3$$

$$6 = 6$$

Algebraica. Es la equivalencia entre dos expresiones algebraicas. En una ecuación hay letras a las que se las denomina variables y que son las letras x, y o z y números que son las constantes.



Enlace web

Ingresa al siguiente enlace y practica ecuaciones de primer grado:

bit.ly/2SZ0hEo



Conexiones

Medicina

Para conocer el tamaño o edad aproximado de una persona se puede acudir a una fotografía de sus huesos, planteando una ecuación de proporcionalidad estatura y longitud de sus huesos.

Resuelve aplicando propiedades

$$2x + 8 = 9 + 3$$

Aplicando la propiedad de la igualdad, si a ambos miembros de la igualdad se suman, restan o multiplican por un mismo número, la igualdad se mantiene.

$$2x + 8 - 8 = 9 + 3 - 8$$

$$2x = 4$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

Resuelve por transposición de términos

$$2x + 8 = 9 + 3$$

En forma abreviada, un término que se encuentra sumando (o restando) en un miembro pasa al otro miembro restando (o sumando). Si un número se encuentra multiplicando (o dividiendo) en un miembro, pasa al otro miembro dividiendo (o multiplicando).

$$2x = 9 + 3 - 8$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

Desigualdades e inecuaciones

Una desigualdad es una relación entre dos expresiones algebraicas que no son iguales. Se escriben con los signos $<$; $>$; \leq o \geq . Una inecuación es una desigualdad que se verifica para ciertos valores de la variable.

Expresiones que hacen referencia a una desigualdad

Ejemplo	Expresión algebraica
El teléfono cuesta por lo menos \$ 250.	$t \geq 250$
La edad mínima para ver la película es 12 años.	$e \geq 12$
Luis tiene a lo máximo 5 pares de zapatos.	$z \leq 5$
La velocidad permitida es de máximo 70 km por hora.	$v \leq 70$

Para resolver una inecuación, se siguen los mismos pasos que para resolver una ecuación. La única diferencia consiste en que se altera el símbolo de la desigualdad cuando se multiplica por un número negativo.

El resultado de una inecuación se grafica en una recta numérica.

Ejemplo 1


Resolver las siguientes inecuaciones y graficar su resultado.

- a) $m + 4 \leq 8$
- b) $n + 12 > 17$
- c) $-4 + 5 - 7 \leq p + 6$

Solución

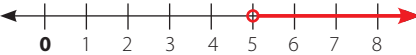
Resolvemos siguiendo los mismos pasos de la ecuación y luego graficamos su solución. Toma en consideración solo los valores enteros.

a) $m + 4 \leq 8$
 $m \leq 8 - 4$
 $m \leq 4$



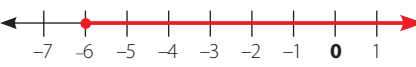
El conjunto solución es: $M = \{\dots, 2, 3, 4\}$

b) $n + 12 > 17$
 $n > 17 - 12$
 $n > 5$



El conjunto solución es: $N = \{6, 7, 8, \dots\}$

c) $-4 + 5 - 7 \leq p + 6$
 $-4 + 5 - 7 - 6 \leq p$
 $-11 + 5 \leq p$
 $-6 \leq p$
 $p \geq -6$



El conjunto solución es $P = \{-6, -5, -4, \dots\}$



Conexiones

Matemática con economía

Algunos bancos expresan en su reglamento que los clientes deben mantener un saldo mínimo en sus cuentas.



Libreta de ahorros.

Shutterstock, (2020). 461232349



Enlace web

Practica desigualdades sencillas en línea, es recomendable revisar el siguiente enlace web:

bit.ly/2KjdaY



1. **Escribe** el término que falta en cada igualdad.

a) $5 + 6 - \square = 3$

b) $7 + 9 + \square - 4 = 17$

c) $\square + 4 - 5 + 9 = 13$

d) $3 + 9 \times \square = 57$

e) $7 \times \square + 9 - 4 = 47$

f) $8 + 3 - \square \times 5 = -24$

g) $\square + 30 \div 6 + 8 = 42$

h) $15 \div \square + 6 - 8 \times 2 = -5$

i) $\square + 28 - 26 \div 2 = 50$

j) $4 \square + 25 - 10 = 31$

k) $28 - 5 + 6 \times \square^2 = 77$

l) $\sqrt{\square} + 8 \times 2 - 6 = 17$

2. **Encuentra** el valor de la incógnita en cada igualdad y **comprueba**.

a) $7 + 4 + x - 6 = 5 + 4$

x =

b) $12 - 8 + y - 3 = 21 + 4$

y =

c) $3 + 2a - 8 - 5 = 25 + 3$

a =

d) $20 + 4 - 10 + 4p = 65 - 34$

p =

e) $6 + 5 + 2b - 6 = 5 + 10$

b =

f) $32 + 8 - 4 + 5x + 9 = 20 + 5$

x =

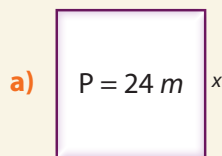
g) $45 + 7 - 8 + 28 - 3 = 45 + 6m$

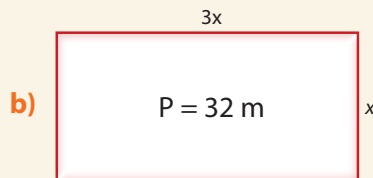
m =

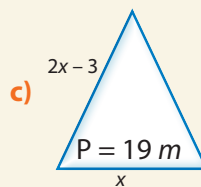
h) $2w + 8 - 5 + 8 + 5 - 18 = 6 + 2$

w =

3. **Plantea** una ecuación para conocer las medidas de las figuras.







M.4.1.10. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en \mathbb{Z} en la solución de problemas.

4. **Escribe** verdadero o falso según corresponda.

a) Si $5 + v = 36$, entonces $v = 12$

b) Si $132 \div r = 63$, entonces $r = 3$

c) Si $4m = 48$, entonces $m = 12$

d) Si $58 = 116 \div v$, entonces $v = 2$

e) Si $m + 7 = 31$, entonces $m = 6$

f) Si $7v = 49$, entonces $v = 7$

g) Si $c \div 2 = 30$, entonces $c = 106$

h) Si $11g + 9 = 154$, entonces $g = 11$

i) Si $30 = 6r$, entonces $r = 11$

j) Si $1 = 8 - 7m$, entonces $m = 1$

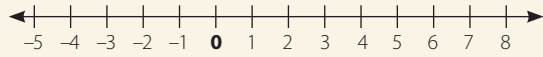
5. **Escribe** una inecuación para cada situación.

a) Para comprar en el supermercado, debo llevar mínimo \$ 20.

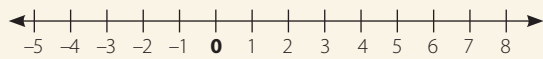
b) Los boletos para el concierto cuestan por lo menos \$ 25.

7. **Resuelve** las inecuaciones en el conjunto de los números enteros y **grafica** su solución.

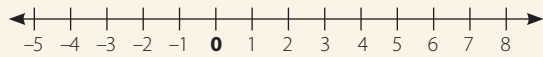
a) $5x - 6 > 4$



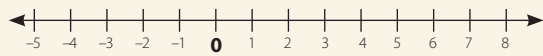
b) $2x - 6 < -4$



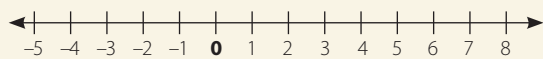
c) $4m - 4 \leq 12$



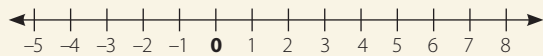
d) $n - 10 + 6 \geq 4 - 10$



e) $x + 5 \geq 6 + 3$



f) $p - 1 + 7 \geq 5 - 1$



Trabajo colaborativo

6. **Trabajen** en pareja y **resuelvan**.

Escriban situaciones cotidianas que se pueden expresar con inecuaciones.

Actividad indagatoria

8. **Averigua** qué son las inecuaciones lineales con dos incógnitas y como se representan en el plano cartesiano.



Desequilibrio cognitivo

La edad de Juan es el doble que la de su hermano. Si Juan tiene 34 años, ¿cuántos años tiene su hermano?

Situaciones aditivas



¿Cuánto dinero recaudó Margarita?

Margarita recaudó en su almacén \$ 521 por la venta de prendas de vestir. Si por la venta de pantalones obtuvo \$ 325, ¿cuánto dinero recibió por las otras prendas de vestir.

Para saber cuánto dinero recibió por las otras prendas de vestir, primero identificamos la incógnita del problema con una letra del alfabeto, en este caso con la letra m .

Analizamos la situación aditiva, la suma de m y el valor de la venta de los pantalones. Este análisis nos da el valor de la venta de las prendas de vestir.

$$m + 325 = 521$$

A esta expresión se la denomina ecuación y su incógnita es la letra m .

Para resolver una ecuación, se pueden usar los siguientes métodos:

Adicionando o sustrayendo la misma cantidad	Transposición de términos
$m + 325 - 325 = 521 - 325$ $m = 196$	$m + 325 = 521$ 325 pasa con operación inversa al otro miembro de la ecuación. $m = 521 - 325$ $m = 196$



Conexiones

Matemática con la vida cotidiana

En nuestra vida cotidiana utilizamos generalmente situaciones aditivas, por ejemplo cuando decimos qué cantidad de dinero nos hace falta para comprar algún objeto.

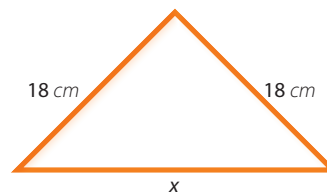
Una situación aditiva se resuelve a través de una ecuación. Esta indica la igualdad entre dos informaciones en las que existe una incógnita. Resolver la ecuación es encontrar dicho valor.

Ejemplo 1

El perímetro de un triángulo isósceles es 57 cm. La medida de cada lado congruente es 18 cm. ¿Cuál es la medida del tercer lado?

Solución

Grafiquemos un triángulo isósceles.



Archivo Editorial, (2020).

Identificamos las medidas, planteamos la ecuación:

$$P = l + l + l \qquad 57 = 36 + x$$

$$P = 18 + x + 18 \qquad 57 - 36 = x$$

$$\qquad \qquad \qquad x = 21$$

Situaciones multiplicativas

En este año lectivo, la biblioteca cuenta con 3 420 libros. Si esa cantidad es el triple de los libros que había hace dos años, ¿cuántos libros había hace dos años en la biblioteca?

Para responder la pregunta, es necesario que se plantee una ecuación.

$$3 \times a = 3\,420 \quad \text{o} \quad 3a = 3\,420$$

Despejamos la incógnita, identificando la operación asociada a la incógnita; en este caso, está multiplicada por 3.

Multiplicando o dividiendo la misma cantidad	Transposición de términos
Realizamos la operación inversa en los dos miembros de la ecuación. $\frac{3a}{3} = \frac{3\,420}{3}$ $a = 1\,080$	El 3 que está multiplicando pasa al segundo miembro como división. $3a = 3\,420$ $a = \frac{3\,420}{3}$ $a = 1\,080$

Para resolver una ecuación multiplicativa, se realizan los siguientes pasos:

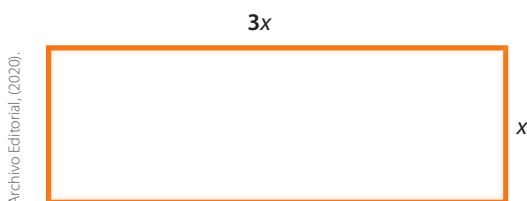
Identificar la operación respecto a la variable. Aplicar la operación inversa, multiplicando o dividiendo por un mismo número (distinto de cero) en los dos miembros de la igualdad.

Ejemplo 1

El perímetro de un terreno rectangular es 112 m. Si un lado del terreno mide el triple que el otro lado, ¿cuánto mide cada lado?, ¿cuál es el área del terreno?

Solución

Graficamos para identificar las medidas del terreno.



$P = l + l + l + l$ Identificamos la fórmula para calcular el perímetro.

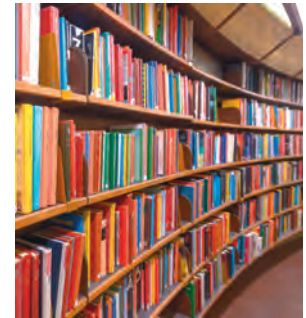
$112 = 3x + x + 3x + x$ Reemplazamos el valor de cada lado del terreno.

$112 = 8x$ Sumamos los coeficientes de las variables.

Resolvemos la ecuación, pasando al 8 a dividir al primer miembro, dejando la incógnita en el segundo miembro.

$$\frac{112}{8} = x$$

$$14 = x$$



Shutterstock, (2020), 535816219

¿La biblioteca creció cuantitativamente?



Enlace web

Ingresa el siguiente enlace web y **practica** ecuaciones:

bit.ly/31iGuD3



Archivo Editorial, (2020).

M.4.1.12. Resolver y plantear problemas de aplicación con enunciados que involucren ecuaciones o inecuaciones de primer grado con una incógnita en \mathbb{Z} , e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

- j) El triple de un número menos su cuarta parte es igual a 55. ¿Cuál es dicho número?

- k) Tres números enteros consecutivos suman 363. **Halla** los números.

- l) **Halla** 3 números enteros pares consecutivos cuya suma sea 606.

- m) Si al doble de un número se le suma la tercera parte, da como resultado 49. ¿Cuál es el número?

- n) Si Rodrigo duplica la cantidad de dinero que tiene ahorrado, tendría \$ 1 400. ¿Cuánto dinero tiene ahorrado Rodrigo?

3. **Resuelve y encuentra** el mensaje.

La cuarta parte de un número es 45. <input type="text"/>	A
La edad de Paola es el triple de la edad de Pedro. Si Pedro tiene 13 años, ¿cuántos años tiene Paola? <input type="text"/>	U
El precio de 5 pizzas es de \$ 110. ¿Cuánto cuesta cada pizza? <input type="text"/>	T
Un número dividido entre 7 es igual a 25. ¿Cuál es dicho número? <input type="text"/>	C
El producto de dos números es 800. Si un factor es 32, ¿cuál es el segundo factor? <input type="text"/>	S
La edad de una madre dividida entre 8 es igual a la edad de su hija. Si la hija tiene 7 años, ¿cuántos años tiene la madre? <input type="text"/>	I
El área del rectángulo es 84 cm^2 . Si la base mide 14, ¿cuánto mide la altura? <input type="text"/>	D
A un cumpleaños asistieron 18 personas, es decir, la tercera parte de los invitados. ¿Cuántas personas fueron invitadas? <input type="text"/>	L

175	39	56	6	180		22	39		
	25	180	54	39	6				

Trabajo colaborativo

2. **Trabajen** en parejas y **resuelvan**.

Planteen una situación en la que se tenga que realizar una ecuación con multiplicación para poder resolverla.

Actividad indagatoria

4. **Averigua** la edad de un familiar y **plantea** una situación multiplicativa para obtener como resultado tu edad.

Tema 7

Frecuencias absoluta y relativa para datos no agrupados en tabla de frecuencias



Recuerda que...

La suma de las frecuencias absolutas es igual al total de datos. La suma de las frecuencias relativas, expresadas en porcentajes, es igual a 100 %.



Saberes previos

Pregunta a tus compañeros la cantidad de hermanos o hermanas que tienen.

Responde.

¿Cuántos compañeros tienen más de dos hermanos o hermanas?

¿Cuántos compañeros son hijos únicos o hijas únicas?



¿Sabías qué?

En una tabla de frecuencias, el valor de la variable se asocia con la cantidad de veces que se observa ese valor.

Frecuencias absoluta y relativa

Se ha realizado una encuesta a los 60 empleados de una empresa para saber qué color de camisa escogen para su uniforme. Para esto deben elegir entre 4 colores. ¿Qué color de camisa será escogida para el uniforme? ¿Qué porcentaje de empleados prefiere la camisa de color blanco?

En la siguiente tabla se pueden apreciar las respuestas de todos los trabajadores.

Según la encuesta realizada, se puede decir que "Color de camisa" es la variable que se quiere medir, los colores de camisa son las clases con las que se quiere medir la variable y el número de votos es la **frecuencia absoluta** que se repite cada clase.

Color de camisa	Número de votos
Gris	24
Celeste	9
Rosado	15
Blanco	12
Total	60

Frecuencia absoluta: es el número de veces que se repite un dato.

Frecuencia relativa: da la información sobre qué parte de la población corresponde a la característica analizada. Se la puede expresar como fracción, decimal o porcentaje.

Elección de color de camisa para uniforme empresarial				
Color	Frecuencia absoluta (valor que se repite en cada color)	Frecuencia absoluta acumulada (suma de frecuencias absolutas)	Frecuencia relativa (el cociente entre la frecuencia absoluta y el total de personas encuestadas)	Frecuencia relativa acumulada (suma de frecuencias relativas)
Gris	24	24	$24 \div 60 = 0,40 = 40 \%$	0,40
Celeste	9	$24 + 9 = 33$	$9 \div 60 = 0,15 = 15 \%$	$0,40 + 0,15 = 0,55$
Rosado	15	$33 + 15 = 48$	$15 \div 60 = 0,25 = 25 \%$	$0,55 + 0,25 = 0,80$
Blanco	12	$46 + 12 = 60$	$12 \div 60 = 0,20 = 20 \%$	$0,80 + 0,20 = 1,00$
Total	60		$1,00 = 100 \%$	

Con los datos de la tabla, entonces, podemos responder a las preguntas del problema.

El color de camisa elegido para el uniforme de la empresa es el gris.

El 20 % de los empleados prefieren la camisa de color blanco.

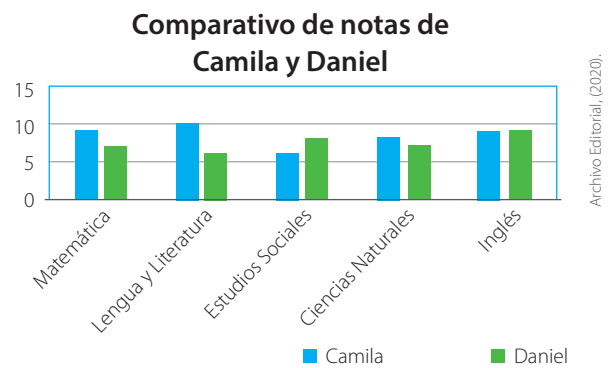
Diagrama de barras

Camila y Daniel comparan las notas obtenidas en las evaluaciones de algunas materias en el segundo parcial académico. Representarán las notas en un diagrama de barras para obtener conclusiones.

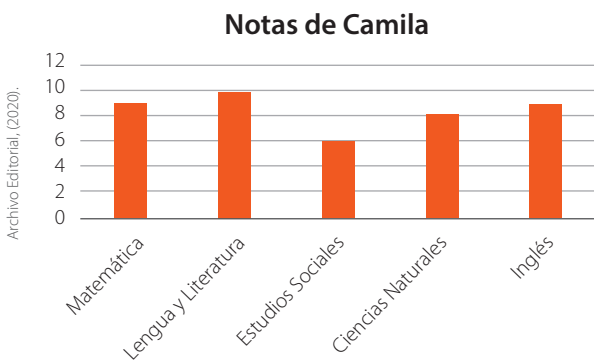
Los datos obtenidos se detallan en la tabla.

Para representar la información de la tabla en un diagrama de barras, se dibujan dos semirrectas perpendiculares. Sobre la semirrecta horizontal, escribimos las materias asignando segmentos iguales. Junto a la semirrecta vertical, colocamos las notas de cada materia.

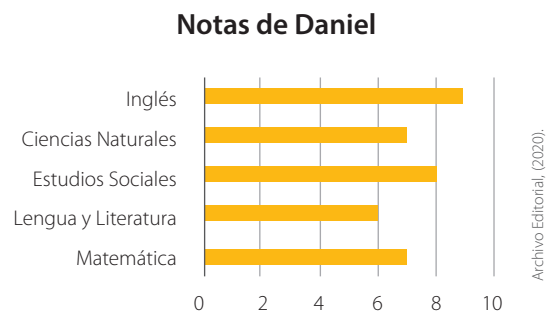
Notas de evaluaciones del segundo parcial		
Materia	Notas de Camila	Notas de Daniel
Matemática	9	7
Lengua y Literatura	10	6
Estudios Sociales	6	8
Ciencias Naturales	8	7
Inglés	9	9



Archivo Editorial, (2020).



Archivo Editorial, (2020).



Archivo Editorial, (2020).

Mediante el diagrama de barras se pueden obtener conclusiones de un estudio estadístico.

Daniel tuvo mejor nota que Camila en Estudios Sociales.

En la materia de Inglés, los dos obtuvieron la misma nota.

La nota más baja de Camila es en la materia de Estudios Sociales.

La nota más alta de Daniel es en la materia de Inglés.

Los diagramas de barras son gráficas que muestran la variación de diferentes datos de estudio de una población o muestra. Los datos pueden ser representados de forma vertical, horizontal o con doble barra.

M.4.3.1. Organizar datos procesados en tablas de frecuencias para definir la función asociada, y representarlos gráficamente con ayuda de las TIC.

4. Una peditra lleva el registro del peso de sus pacientes. **Completa** los datos que faltan en la tabla.

Peso kg	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada %
25	4	4	0,114	11,4 %
27		10		28,5 %
28	3		0,086	
30		20		57,1 %
32	8		0,229	
35	2		0,057	
37		33		94,3 %
40	2		0,057	
Total	35		1,000	

- a) ¿Qué porcentaje de pacientes pesan más de 30 kg?

- b) ¿Cuántos pacientes pesan menos de 30 kg?

- c) ¿Qué porcentaje de pacientes pesa máximo 32 kg?

- d) ¿Cuántos pacientes tienen un peso de hasta 35 kg?

Trabajo colaborativo

5. **Trabajen** en pareja y **resuelvan**.

Elaboren una tabla de frecuencias con los datos que se detallan a continuación. **Presenten** en un cartel el diagrama de barras y **expongan** un análisis de los resultados.

Color preferido de 20 estudiantes:

azul	rojo	blanco	verde	amarillo
azul	verde	azul	blanco	verde
azul	amarillo	blanco	azul	blanco
blanco	rojo	rojo	azul	azul

6. Se realizó una encuesta a 60 empleados sobre la cantidad de días que comen fuera de la empresa. Se obtuvieron los siguientes resultados:

Días	Frecuencia relativa %
1	40 %
2	20 %
3	25 %
4	10 %
5	5 %

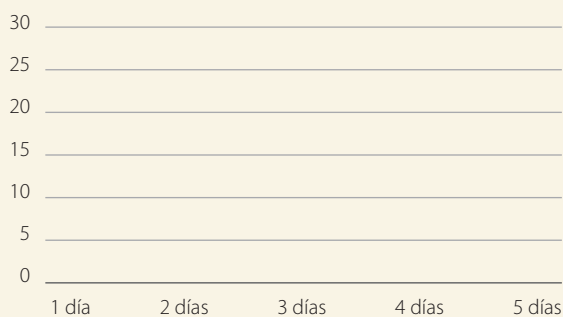
Responde:

- a) ¿Cuántos empleados comen fuera de la empresa 1 día?

- b) ¿Cuántos empleados comen fuera de la empresa 4 días?

- c) ¿Cuántos empleados comen fuera de la empresa 5 días?

Elabora un diagrama de barras.



Actividad indagatoria

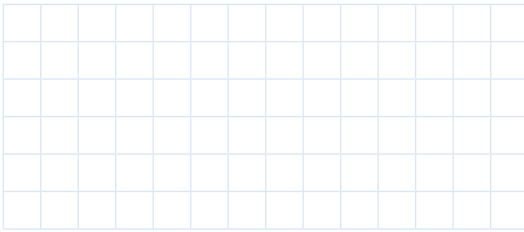
7. **Pregunta** a 10 familiares (5 hombres y 5 mujeres) sobre el postre que más les gusta. **Haz** un diagrama de doble barra con el resultado obtenido.
8. **Plantea** una encuesta a 30 estudiantes de tu colegio sobre el deporte favorito y **realiza** un diagrama de barras con la información obtenida.

1. El padre de Julia tiene 30 años más que ella y su madre tiene 5 años menos que su padre. **Averigua** la edad actual de Julia, sabiendo que la suma de las edades de sus padres es 7 veces la edad de Julia.

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



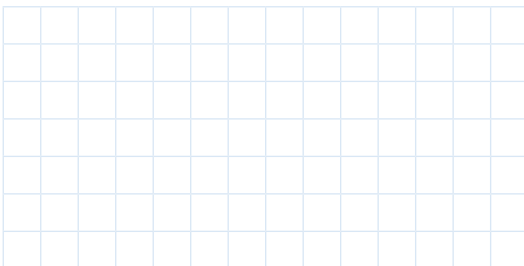
d) Responder

3. La abuela de Martina tiene 5 veces su edad y su madre tiene la mitad de edad que su abuela. Dentro de 6 años, la edad de Martina es la mitad de la de su madre. ¿Qué edad tiene cada una?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



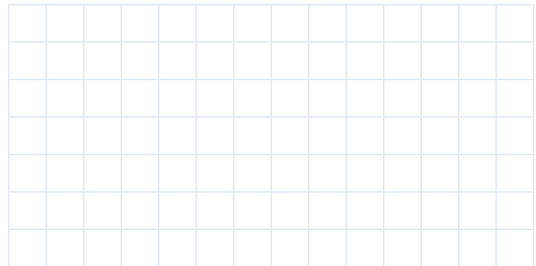
d) Responder

2. Si dentro de 15 años Raúl tiene el doble de edad que la que tenía hace 5 años, ¿qué edad tiene ahora?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



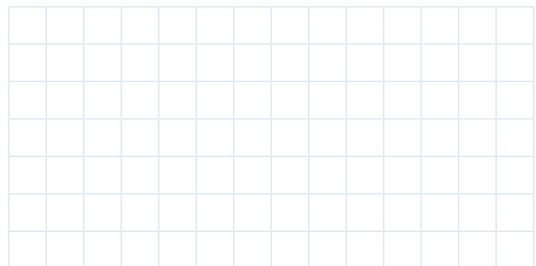
d) Responder

4. Agustina es un año mayor que Felipe y, dentro de 5 años, la suma de sus edades será el triple que la edad actual de Agustina. ¿Qué edad tiene cada uno de ellos?

a) Comprender el problema

b) Plantear la estrategia

c) Aplicar la estrategia



d) Responder

La buena alimentación es una prioridad en la adolescencia

Justificación

Uno de los derechos de la niñez y la adolescencia es contar con salud y una buena alimentación. Nuestro país debe asegurarse de que los niños, niñas y adolescentes conozcan los principios básicos de la salud y la nutrición.

Objetivo

Identificar los hábitos alimenticios que tienen los estudiantes de octavo, noveno y décimo grados de básica, mediante realización de encuestas, a fin de emitir conclusiones y recomendaciones.

Recursos

- Pliegos de papel
- Encuestas impresas
- Cartulinas de colores
- Marcadores
- Computador con acceso a Internet

Actividades

- **Dividan** a los estudiantes del curso en grupos de hasta 5 participantes.
- Cada grupo debe investigar sobre la importancia de la alimentación en los adolescentes.
- **Investiguen** sobre menús recomendados para la edad de 12 a 15 años y los hábitos alimenticios que deben tener.
- **Realicen** una encuesta con las siguientes preguntas sugeridas:
 1. ¿Desayunas todas las mañanas, antes de llegar al colegio?
 2. ¿Qué clase de alimentos llevas para tu refrigerio?
 3. ¿Qué productos compras con más frecuencia en el bar del colegio?
 4. Durante tu recreo, ¿prefieres jugar o comer tu refrigerio?
- **Realicen** una tabulación de los resultados obtenidos.
- **Elaboren** una tabla de frecuencias en un pliego de papel.
- **Elaboren** un diagrama de barras de los resultados en un pliego de papel.
- **Expongan** los trabajos realizados.
- **Identifiquen** las debilidades de nutrición que tienen los adolescentes.
- **Realicen** un plan de sugerencias para alimentarse bien durante la adolescencia.



Evaluación

1. Luego de realizar el análisis estadístico completo y de presentarlo en el grupo de estudiantes, **detallen**, en un tríptico, una lista de recomendaciones para la nutrición de un adolescente feliz.

Secuencias numéricas

Escoge la respuesta correcta en cada ejercicio.

- ¿Qué número falta en la serie?

a) 10 y 12 b) 16 y 18 c) 10 y 20 d) 10 y 18

Archivo Editorial, (2020).

- ¿Qué número falta en cada gráfico?

a) 4 b) 5 c) 6 d) 3

Archivo Editorial, (2020).

a) 12 y 405 b) 16 y 180 c) 24 y 185 d) 12 y 270

Archivo Editorial, (2020).

- ¿Qué número resulta de sumar 8 con su mitad y con su doble?

a) 10 b) 14 c) 12 d) 28

- ¿Qué número resulta de sumar 8 con su cuarta parte y su triple?

a) 34 b) 26 c) 14 d) 12



Cálculo mental

Multiplicar por 6

Al número se lo duplica y al resultado se lo triplica.

$14 \times 6 =$

$14 \times 2 = 28 \times 3 = 84$

$25 \times 6 =$

$25 \times 2 = 50 \times 3 = 150$

Ahora hazlo tú

a) $17 \times 6 =$

b) $11 \times 6 =$

c) $23 \times 6 =$

d) $15 \times 6 =$

e) $29 \times 6 =$

f) $35 \times 6 =$

g) $39 \times 6 =$

h) $42 \times 6 =$

i) $55 \times 6 =$

Recuerda y practica

1. **Ordena** de mayor a menor los siguientes números.

a) 3, -15, 8, 12, -3, -7, 6, -8, 0, -5, -32, -2, 9, 45

b) 7, 5, -8, 6, -3, 12, -5, 0, 17, 34, -28, -1

c) 4, -7, 6, -3, 45, -23, 87, -93, 54, -5, -47, 8, 12, -8

2. **Escribe** la posición final en cada caso.

a) ¿Qué número se encuentra 4 lugares a la derecha de -5?

b) ¿Qué número se encuentra 3 lugares a la izquierda de 8?

c) ¿Qué número se encuentra 12 lugares a la izquierda de -2?

d) ¿Qué número se encuentra 3 lugares a la derecha de -9?

3. **Resuelve** las siguientes operaciones:

a) $4 - 7 + 7 - 8 - 9 - 12 + 6 =$

b) $4(-5+7) - 8 - (-3-7) + (6+7) =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

c) $3[-8+6(5-4+7-2) + (6+4+5) \div (7-4)] =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

d) $3\{3+(4+6 \times 3) + 4[2-8(5-2)-8] + 2(2+3)\} =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. **Completa** la tabla.

x	2	6	7	-10
-3				
9				
-4				

5. **Aplica** las propiedades de la potenciación.

a) $(-3)(-3)^{-6}(-3)^3(-3)^{-2}(-3)^5 =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

b) $(6)^5(6)(6)^{-7} =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

c) $[(5 \times 5^{-4} \times 5^4 \times 5^6) \div (5^5 \times 5^{-8})] =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

d) $\frac{7^6 \times (7^2)^4 \times (7^3)^3 \times (7^0)^3}{(7^7)^3 \div 7^3} =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6. **Escribe** las raíces correspondientes.

a) $\sqrt{400} =$

b) $\sqrt{196} =$

c) $\sqrt{16 \times 4} =$

7. **Resuelve** los siguientes ejercicios:

a) $2 \times (\sqrt[3]{-8} + 1^7 + 4\sqrt{16}) \div (-8 + \sqrt[3]{125}) \times 2 - \sqrt[5]{32} =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

b) $7(\sqrt[3]{-27} + 2^2 + 3\sqrt{9}) + (-12 + \sqrt[3]{512}) \times 5 - 9 =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

c) $\sqrt[3]{-125} + 4 - 2^3 \div (4 - 2) + 9 - (16 \times \sqrt{4}) - 7 =$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

d) $-\{4+2(5+4-6)+[5-(-7+4)-9]^2+2\} =$

e) $\sqrt{3(8+9-5)}+3(3^2-5\times 2)^3-4-8\sqrt{16} =$

8. **Escribe** en lenguaje algebraico cada expresión.

a) El doble de la edad de Pedro es igual a 84.

b) El doble de un número menos su cuarta parte.

c) La quinta parte de la suma de dos números.

d) La mitad de un número sumado al doble del mismo número es igual a 48.

e) La quinta parte de un número elevado al cuadrado es igual a 36.

9. **Resuelve** y **encuentra** el valor de x en cada ecuación.

a) $3x+7-2=x-6+5$

b) $3x+2-8=2x-6+4$

c) $5x+7-6+4=2x-8+4+2-5$

d) $3x+4+3x=4x+8-2x$

10. **Escribe** los datos y completa la tabla de frecuencias.

Notas de Estudios Sociales									
4	5	9	9	7	5	9	7	6	7
4	5	9	8	6	9	8	8	7	9

Nota	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia porcentual %
4				
5				
6				
7				
8				
9				
Total				

Compruebo mis aprendizajes

Evaluación sumativa

M.4.1.5. Calcular la potencia de números enteros con exponentes naturales.

1. Relaciona cada operación con su resultado.

A. $\frac{4^4 \times 4^{-5}}{4^{-4}}$ **1)** 32

B. $\frac{2^6 \times (2^3)^{-2}}{2^2}$ **2)** 62

C. $4+5^2 - (-3)^3 + 6$ **3)** 64

D. $\frac{2^2 \times 2^{-4}}{2^{-7}}$ **4)** $\frac{1}{4}$

- a) A con 4 ; B con 2; C con 1; D con 3
- b) A con 3 ; B con 4; C con 2; D con 1
- c) A con 2 ; B con 1; C con 3; D con 4
- d) A con 1 ; B con 2; C con 4; D con 3

M.4.1.6. Calcular raíces de números enteros no negativos que intervienen en expresiones matemáticas.

2. Relaciona cada operación con su resultado.

A. $\sqrt{\sqrt{25 \times 4} + \sqrt{36}}$ **1)** 21

B. $\sqrt[3]{\sqrt{64}} + \sqrt{100} + \sqrt[3]{3^6}$ **2)** 4

C. $\sqrt[3]{-27} + \sqrt[4]{6^4} \times 5 - \sqrt{400}$ **3)** 7

D. $\sqrt{\frac{2^6}{2^4}}$ **4)** 2

- a) A con 4 ; B con 2; C con 1; D con 3
- b) A con 3 ; B con 4; C con 2; D con 1
- c) A con 2 ; B con 1; C con 3; D con 4
- d) A con 1 ; B con 2; C con 4; D con 3

M.4.1.7. Realizar operaciones combinadas en \mathbb{Z} aplicando el orden de operación, y verificar resultados utilizando la tecnología.

3. Resuelve las siguientes operaciones y **escoge** la respuesta correcta.

$$5 + (\sqrt[3]{64} + 2^2 \times 2^2 + 3 + \sqrt{25}) + (-10 + \sqrt[3]{8}) \times 3 - 5 =$$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- a) 2 **c)** 6
- b) 4 **d)** 8

$$(\sqrt[3]{\sqrt{64}} + 3^2 \times 14^0 + 5 + \sqrt{49}) + (-12 + \sqrt[3]{27}) \times 2 + 12 =$$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- a) 15
- b) 10
- c) 17
- d) 19

M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.

4. Escoge la respuesta que corresponde a cada expresión.

La mitad de la suma de dos cuadrados.

a) $\frac{x+y}{3}$

b) $\frac{x}{2} \left(\frac{y}{2} \right)$

c) $\frac{x^2 + y^2}{2}$

d) $\frac{x^2(y)^2}{2}$

El tercio del perímetro de un rectángulo.

a) $\frac{x+y}{3}$

b) $\frac{xy}{3}$

c) $\frac{2(xy)}{3}$

d) $\frac{2x+2y}{3}$

M.4.1.8. Expresar enunciados simples en lenguaje matemático (algebraico) para resolver problemas.

5. Resuelve la ecuación.

$$4x + 5 - 7 + 2x = -6 + 3x + 8 + 2$$

- a) $x = 1$
- b) $x = 2$
- c) $x = 3$
- d) $x = 4$

M.4.1.10. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en \mathbb{Z} en la solución de problemas.

6. La suma de tres números consecutivos es 195. ¿Cuáles son los números?
- a) 23, 24 y 25
 b) 64, 65 y 66
 c) 44, 45 y 46
 d) 40, 80 y 160
7. El área de un rectángulo es 147 cm^2 . Si un lado mide el triple que el otro, ¿cuáles son las medidas de los lados?
- a) 8 cm y 24 cm
 b) 4 cm y 12 cm
 c) 7 cm y 21 cm
 d) 3 cm y 49 cm
8. El cuadrado de la suma de dos números consecutivos es 225. ¿Cuáles son estos números?
- a) 12 y 13
 b) 9 y 10
 c) 5 y 6
 d) 8 y 7

M.4.3.2. Organizar datos no agrupados (máximo 20) y datos agrupados (máximo 50) en tablas de distribución de frecuencias: absoluta, relativa, relativa acumulada y acumulada, para analizar el significado de los datos.

Coevaluación

9. **Analicen** los siguientes datos y **escojan** los números que faltan en la tabla.

12	13	12	11	12	11	10
13	12	11	10	10	10	10

	F. absoluta	F. absoluta acumulada	F. relativa	F. relativa %
10	5	5	0,357	
11		8		21,4 %
12	4		0,286	
13		14		14,3 %
Total	14		1,000	100 %

- a) C1: 2 y 2, C2: 13, C3: 0,212 y 0,145, C4: 35,4 y 28,4
 b) C1: 2 y 3, C2: 11, C3: 0,210 y 0,144, C4: 35,4 y 28,9
 c) C1: 3 y 4, C2: 14, C3: 0,209 y 0,143, C4: 37,5 y 28,7
 d) C1: 3 y 2, C2: 12, C3: 0,214 y 0,143, C4: 35,7 y 28,6

Autoevaluación

10. **Pinta** según la clave.

Puedo ayudar a otros

Resuelvo por mí mismo

Necesito ayuda

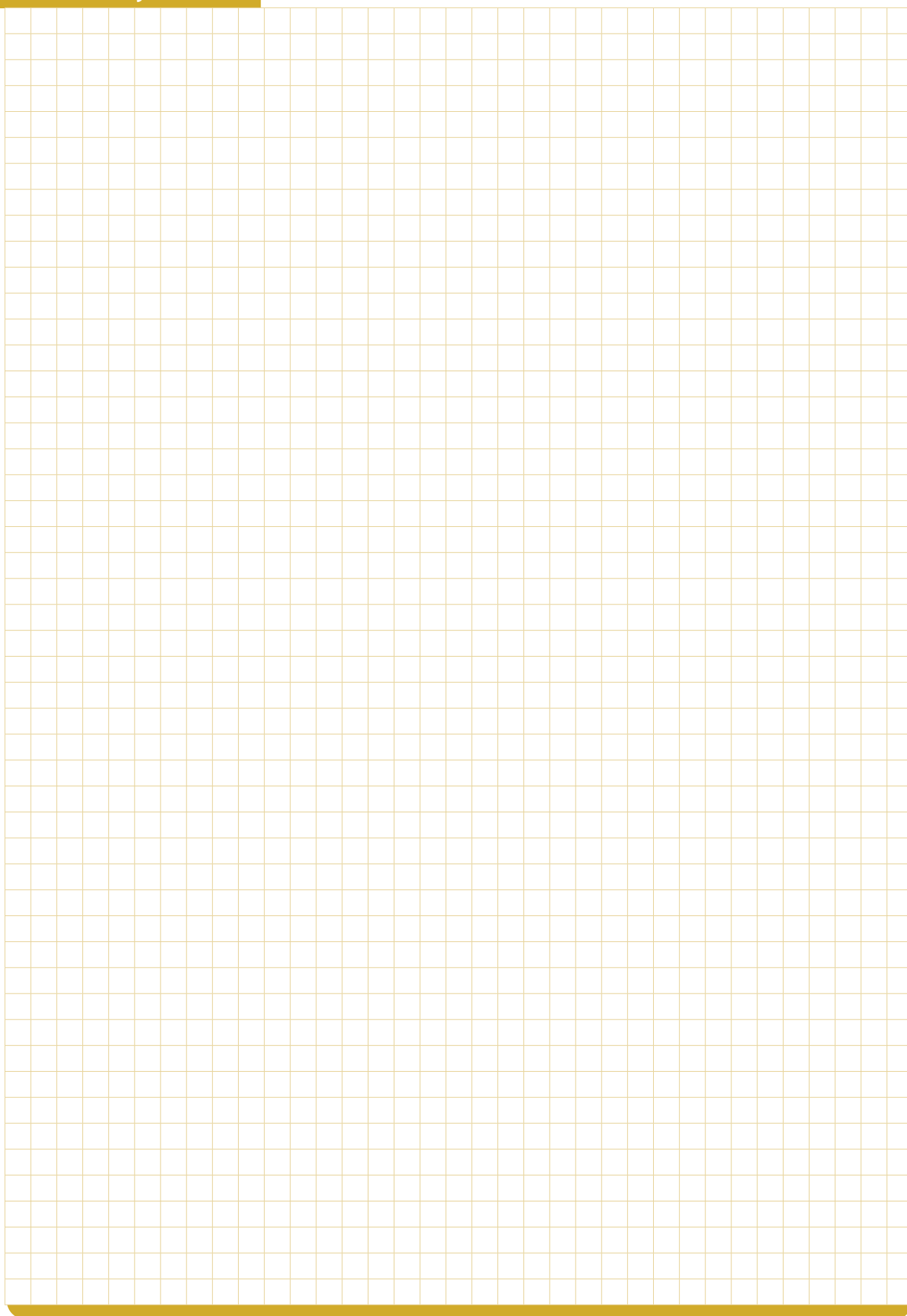
Estoy en proceso

Contenidos			
Resuelvo operaciones con potenciación y radicación con la aplicación de las propiedades de números enteros.			
Resuelvo operaciones combinadas de números enteros aplicando jerarquía de solución.			
Transformo de lenguaje común a lenguaje algebraico.			
Resuelvo ecuaciones de primer grado en \mathbb{Z} y aplico el proceso en la solución de problemas.			
Elaboro tablas de frecuencias y represento en diagrama de barras un tema estadístico.			

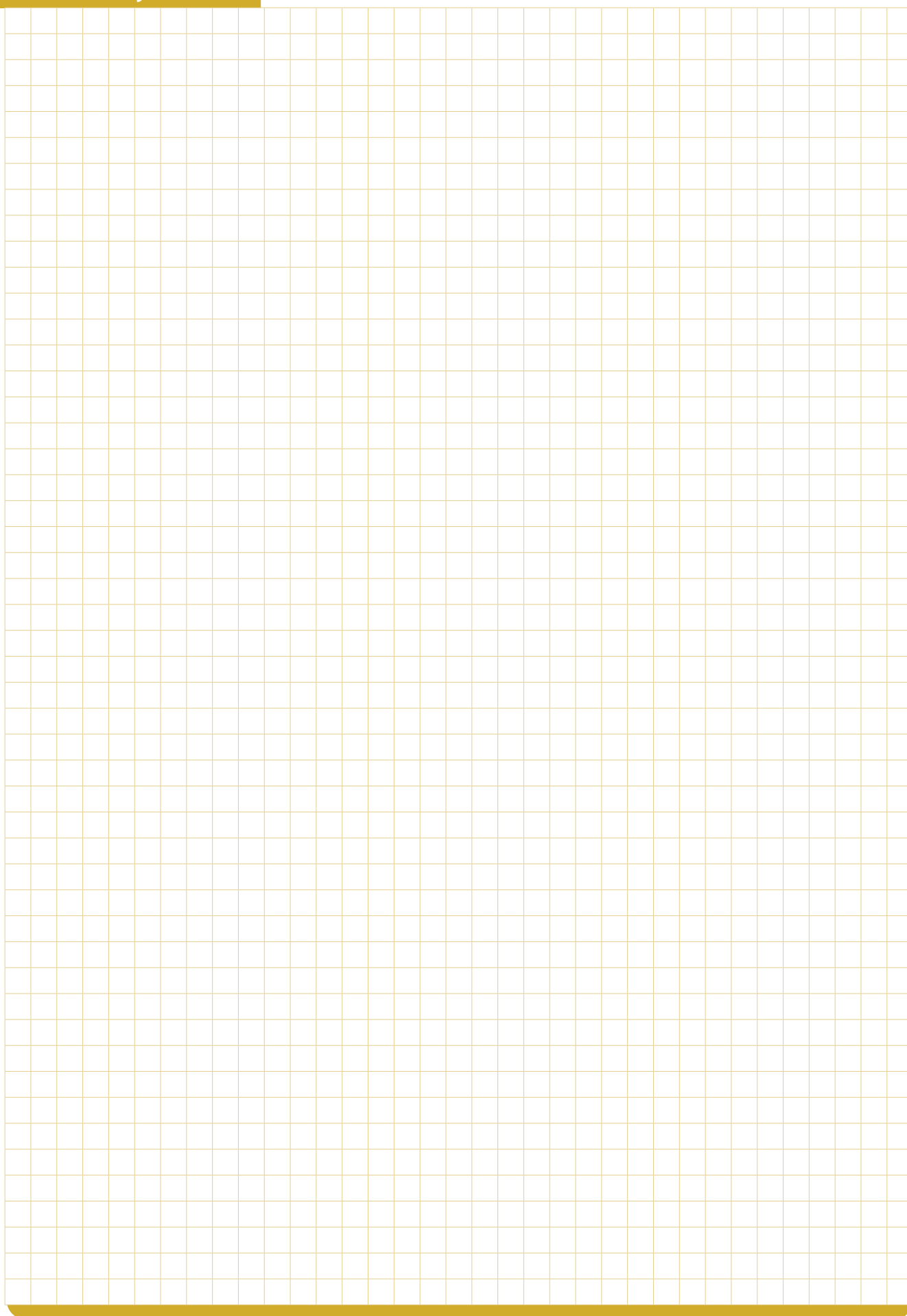
Metacognición

- ¿Aclaraste dudas y necesidades con los temas aprendidos?
- ¿En qué momento de tu vida puedes utilizar algunos de los temas aprendidos?
- ¿Para qué te servirá lo aprendido?

Para tus ejercicios



Para tus ejercicios



Para tus ejercicios

